БПОУ ВО «ГРЯЗОВЕЦКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»

ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«МАТЕМАТИКА»

ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

35.02.08.«ЭЛЕКТРИФИКАЦИЯ И АВТОМАТИЗАЦИЯ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА»

2 курс

Преподаватель Л.Р. Куликова

Грязовец

2018 г

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Пакет инструкционных карт разработан на основании программы «Математика» для специальности 35.02.08 Электрификация и автоматизация сельского хозяйства.

В результате контроля и оценки по дисциплине осуществляется проверка следующих общих *компетенций*:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен ***уметь:***

– Решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

В результате освоения учебной дисциплины студент должен ***знать:***

– Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ;

– Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

– Основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;

– Основы интегрального и дифференциального исчисления.

Курс «Математика» рассчитан на 43 часов, из них 20 часов практические работы.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Оценка «*отлично*» ставится, если:

- ✓ работа выполнена полностью;
- ✓ в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;
- ✓ в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «*хорошо*» ставится, если:

- ✓ работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- ✓ допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «*удовлетворительно*» ставится, если:

- ✓ допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «*неудовлетворительно*» ставится, если допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

№	Тема учебной дисциплины	Название практической работы
1.	Теория пределов.	ПР № 1. Вычисление пределов.
2.	Производная и дифференциал.	ПР № 2. Вычисление производной сложной функции.
3.	Приложения производной.	ПР № 3. Промежутки монотонности функции. Экстремумы функции. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба. Асимптоты кривой. ПР № 4. Исследование функции и построение графика.
4.	Неопределенный интеграл.	ПР № 5. Методы интегрирования неопределенного интеграла.
5.	Определенный интеграл.	ПР № 6. Приложения определенного интеграла к решению простейших физических задач. ПР № 7. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объема тела вращения
6.	Основные понятия теории вероятностей.	ПР № 8. Решение простейших задач на определение вероятности с использованием теоремы сложения вероятностей.
7.	Математическое ожидание и дисперсия ДСВ. Основные понятия математической статистики.	ПР № 9. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины. ПР № 10. Характеристики дискретной случайной величины.
8.	Множества и операции над ними. Основные понятия теории графов.	

Практическая работа № 1

Тема: Вычисление предела функции

Цель: Закрепить навыки вычисления пределов функции, применения теорем о пределах функции; раскрытия неопределенностей вида $\left(\frac{0}{0}\right)$ и $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$.

Методическое обеспечение:

1. Инструкционная карта, МК, опорный конспект
2. И.Д. Пехлецкий. Математика: учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования. – М.: «Академия», 2014.

Теоретические сведения:

Пример 1. Вычислить $\lim\limits_{x\to -2}\left(x^2-3x^5+13\right)$.

Решение.

$$\lim_{x\to -2}\left(x^2-3x^5+13\right)=(-2)^2-3\,(-2)^5+13=4+3\cdot 32+13=113.$$

Пример 2. Вычислить $\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x+x^2}{x^2-1}$.

Решение. $\lim\limits_{x\to 3}\left(x^2-1\right)\neq 0;$

$$\lim_{x\to 3}\frac{2x+x^2}{x^2-1}=\frac{2\cdot 3+3^2}{3^2-1}=\frac{6+9}{8}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}.$$

Пример 3. Вычислить $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-8x+7}{x-1}$.

Решение. В данном случае теорема о пределе частного не применима, так как $\lim\limits_{x\to 1}(x-1)=0$. Числитель дроби разложим на множители и сократим дробь на $(x-1)$:

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\cdot(x-7)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x-7)=-6.$$

Пример 4. Вычислить $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4-1}{2-x^4+3x^3}$.

Решение. Разделим числитель и знаменатель дроби на x^4:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{5-\frac{1}{x^4}}{\frac{2}{x^4}-1+\frac{3}{x}}=\frac{5-0}{0-1+0}=-5.$$

Варианты практической работы

Вариант 1

1. $\lim\limits_{x\to -1}\left(3x^3+2x^2-5x\right)$

2. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x+2}{x^2+x-2}$

3. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2}$

4. $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+x-20}{x+5}$

5. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-x-6}{x^2+3x+2}$

6. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+x-6}{x^2-9}$

7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{9-x^2}{3x^2-10x+3}$

8. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{x+2}-3}{x-7}$

9. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3x^2+5x-4}{7-x^2}$

10. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}$

Вариант 2

1. $\lim\limits_{x\to -2}\left(2x^3-4x^2+3x\right)$

2. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x+3}{x^2+4x+3}$

3. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-x-6}{x^2+3x+2}$

4. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+4x+3}{x+1}$

5. $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+x-20}{x^2+4x-5}$

6. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x^2-1}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x^2}{5x^2-3x-2}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$

9. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^2+3x-1}{7x-2x^2}$

10. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{2x^2+x-8}{3x+2}$

Практическая работа № 2

Тема: Вычисление производной сложной функции

Цель: Систематизация и обобщение понятия производной; отработка техники дифференцирования функции

Методическое обеспечение:

1. Инструкционная карта, МК
2. И.Д. Пехлецкий. Математика: учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования. – М.: «Академия», 2014.

Теоретические сведения:

Пример 1. Найти производную функции $y = \sin^3 \varphi$ и вычислить ее значение при $\varphi = \dfrac{\pi}{3}$.

Решение. Это сложная функция с промежуточным аргументом $\sin\varphi$.

$$f'(\varphi) = 3\sin^2\varphi \cdot (\sin\varphi)' = 3\sin^2\varphi \cdot \cos\varphi.$$

Вычислим значение производной при $\varphi = \dfrac{\pi}{3}$:

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3\sin^2\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3} = 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{8}.$$

*Пример 2***.** Найти производную функции $y = (2x^2 + 3x - 5)^5$.

Решение. $y'(x) = 5(2x^2 + 3x - 5)^4 \cdot (2x^2 + 3x - 5)' = 5(2x^2 + 3x - 5)^4 \cdot (4x + 3).$

*Пример 3***.** Найти производную функции $y = \sqrt{4 - 3x^2}$.

Решение. $y'(x) = \dfrac{(4 - 3x^2)'}{2\sqrt{4 - 3x^2}} = \dfrac{-6x}{2\sqrt{4 - 3x^2}} = -\dfrac{3x}{\sqrt{4 - 3x^2}}.$

Пример 4. Найти производную функции $y = \cos(x^2 + 7)$.

Решение. $y'(x) = -\sin(x^2 + 7) \cdot (x^2 + 7)' = -\sin(x^2 + 7) \cdot (2x) = -2x \cdot \sin(x^2 + 7).$

Пример 5. Найти производную функции $y = \ln \sin 5x.$

Решение. $y'(x) = \dfrac{(\sin 5x)'}{\sin 5x} = \dfrac{5\cos 5x}{\sin 5x} = 5ctg\,5x.$

Варианты практической работы

Вариант 1

1) $y = tg3x$.
2) $y = \cos\left(3x^4\right)$.
3) $y = 3^{tg\,x}$.
4) $y = \arccos 3x^2$.
5) $y = \arcsin 4x^3$.
6) $y = arctg\sqrt{x}$.
7) $y = e^{\arccos 2x}$.
8) $y = \sqrt{arctg\,3x}$.
9) $y = \ln\sin 5x$.
10) $y = \ln\cos\sqrt{x}$.

Вариант 2

1) $y = ctg3x$.
2) $y = \sin\left(3x^4\right)$.
3) $y = 4^{\cos x}$.
4) $y = \arccos 5x^2$.
5) $y = \arcsin x^4$.
6) $y = arcctg\sqrt{x}$.
7) $y = \arcsin\sqrt{3x+1}$.
8) $y = \sqrt{e^{2x}}$.
9) $y = \ln\cos\sqrt{x}$.
10) $y = e^{\cos\frac{x}{5}}$.

Практическая работа № 3

Тема: Промежутки монотонности функции. Экстремумы функции. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба. Асимптоты.

Цель: Отработать навыки нахождения промежутков монотонности, точек экстремума, промежутков выпуклости и точек перегиба с помощью производной; проверить знания нахождения пределов функции при нахождении асимптот кривой

Методическое обеспечение:

1. Инструкционная карта, МК, опорный конспект
2. И.Д. Пехлецкий. Математика: учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования. – М.: «Академия», 2014.

Методические указания:

Пример. Найти промежутки монотонности и точки экстремума функции $f(x)=x^3-3x^2$.

Решение.

Данная функция определена на всей числовой оси.

Найдем производную заданной функции:

$$f'(x)=3x^2-6x.$$

Найдем критические точки, для этого решим уравнение:

$$3x^2-6x=0$$
$$3x(x-2)=0$$
$$3x=0 \quad x-2=0$$
$$x=0 \quad x=2.$$

Эти точки разбивают область определения на три интервала. Исследуем поведение первой производной на промежутках и найдем значение функции в критических точках. Занесем все в таблицу:

x	$(-\infty;0)$	0	$(0;2)$	2	$(2;+\infty)$
$f'(x)$	+	0	–	0	+
$f(x)$	возрастает	0	убывает	- 4	возрастает

$f(0)=0^3-3\cdot 0^2=0.$

$f(2)=2^3-3\cdot 2^2=-4.$

Так как при переходе через точку $x=0$ производная меняет знак с плюса на минус, то в этой точке функция имеет максимум.

Так как при переходе через точку $x=2$ производная меняет знак с минуса на плюс, то в этой точке функция имеет минимум.

Ответ:

на промежутках $(-\infty;0)$ и $(2;+\infty)$ функция возрастает;

на промежутке $(0;2)$ функция убывает;

$x_{\min}=2,\quad x_{\max}=0,\quad f(2)=-4,\quad f(x)=0.$

Пример. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции $f(x)=x^3-3x^2$.

Решение.

Данная функция определена на всей числовой оси.

Найдем вторую производную заданной функции:

$$f'(x)=3x^2-6x.$$
$$f''(x)=6x-6.$$

Найдем критические точки, для этого решим уравнение:

$$6x-6=0$$
$$6x=6$$
$$x=1$$

Эта точка разбивает область определения на два интервала. Исследуем поведение второй производной на промежутках и найдем значение функции в критической точке. Занесем все в таблицу:

x	$(-\infty;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f''(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	выпукла вверх	0	выпукла вниз

$x=1;\quad f(1)=0-$ *точка перегиба.*

Ответ:
на промежутке $(-\infty;1)$ график функции расположен выпуклостью вверх;
на промежутке $(1;+\infty)$ график функция расположен выпуклостью вниз;
$x=1;\quad f(1)=0-$ *точка перегиба.*

Различаются *три вида асимптот*: *вертикальные, горизонтальные и наклонные*.

Если предел функции $y=f(x)$ в точке *a* равен бесконечности, т.е. если
$$\lim_{x\to a} f(x)=\infty,$$
то прямая $x=a$ является *вертикальной асимптотой.*

Если существует конечный предел функции при $x\to\infty$, т.е. если
$$\lim_{x\to\infty} f(x)=b,$$
то прямая $y=b$ является *горизонтальной асимптотой.*

Если существуют пределы
$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=k \quad и \quad \lim_{x\to\infty}\left[f(x)-kx\right]=b,$$
то прямая $y=kx+b$ служит *наклонной асимптотой.*

Пример. Найти асимптоты кривой $y=\dfrac{-5x+3}{x+2}$

Найдем вертикальную асимптоту:
$$\lim_{x\to -2}\frac{-5x+3}{x+2}=\infty$$

$x=-2$ – *вертикальная* асимптота

Найдем горизонтальную асимптоту:
$$\lim_{x\to\infty}\frac{-5x+3}{x+2}=-5$$

$y=-5-$ горизонтальная асимптота.

Варианты практической работы

Вариант 1

1. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости, точки перегиба функции $y = x^4 - 8x^3 - 1$.
2. Найдите горизонтальные и вертикальные асимптоты графика функции $y = \dfrac{4-5x^2}{9-x^2}$.
3. Найдите наклонные асимптоты графика функции $y = \dfrac{x^2+3x}{x+4}$.

Вариант 2

1. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости, точки перегиба функции $y = x^4 + x^3 + 5$.
2. Найдите горизонтальные и вертикальные асимптоты графика функции $y = \dfrac{2-6x}{4x+1}$.
3. Найдите наклонные асимптоты графика функции $y = \dfrac{x^2-3}{x-2}$.

Вариант 3

1. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости, точки перегиба функции $y = x^4 + 4x^3 - 5$.
2. Найдите горизонтальные и вертикальные асимптоты графика функции $y = \dfrac{3x-1}{x^2}$.
3. Найдите наклонные асимптоты графика функции $y = \dfrac{3x^2+1}{x+2}$.

Практическая работа № 4

Тема: Исследование функции и построение графика

Цель: Закрепить полученные теоретические знания

Методическое обеспечение:

1. Инструкционная карта, МК, опорный конспект
2. И.Д. Пехлецкий. Математика: учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования. – М.: «Академия», 2014.

Варианты практической работы

Вариант 1

1) $y = x^4 - 8x^3 - 1.$

2) $y = \dfrac{x^2 + 3x}{x + 4}.$

Вариант 2

1) $y = x^3 + 6x^2 - 3x + 8.$

2) $y = \dfrac{x^2 - 3}{x - 2}.$

Вариант 3

1) $y = x^4 + 2x^3 - 3.$

2) $y = \dfrac{x^2 - 3x}{x - 4}.$

Вариант 4

1) $y = x^4 + 8x^3 + 5.$

2) $y = \dfrac{3x - 1}{x^2}.$

Практическая работа № 5

Тема: Методы интегрирования неопределенного интеграла

Цель: Обобщить и систематизировать знания при изучении основных формул интегрирования; закрепить приемы и способы вычисления неопределенных интегралов, используя таблицу

Методическое обеспечение:

1. Инструкционная карта, МК
2. И.Д. Пехлецкий. Математика: учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования. – М.: «Академия», 2014.

Теоретические сведения:

Алгоритм нахождения неопределенного интеграла методом подстановки:

1) часть подынтегральной функции надо заменить новой переменной;
2) найти дифференциал от обеих частей замены;
3) все подынтегральное выражение выразить через новую переменную (после чего должен получиться табличный интеграл);
4) найти полученный табличный интеграл;
5) сделать обратную замену.

Пример 1. Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(5-3x)^2}}$.

Решение. Произведем подстановку $5-3x=t,$ тогда $-3dx=dt,$ откуда $dx=-\frac{1}{3}dt.$ Далее получаем

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(5-3x)^2}}=\int \frac{-\frac{1}{3}dt}{\sqrt[3]{t^2}}=-\frac{1}{3}\int t^{-\frac{2}{3}}dt=-\frac{1}{3}\cdot\frac{t^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}}+C=-\sqrt[3]{t}+C=-\sqrt[3]{5-3x}+C.$$

Пример 2. Найти интеграл $\int (2+\cos x)^2\cdot\sin x dx.$

Решение. Сначала положим $2+\cos x=t,$ тогда $-\sin x dx=dt,$ откуда $\sin x dx=-dt.$ Далее получаем

$$\int (2+\cos x)^2\sin x dx=\int t^2(-dt)=-\int t^2 dt=-\frac{t^3}{3}+C=-\frac{1}{3}(2+\cos x)^3+C.$$

Пример 3. Найти интеграл $\int \frac{2xdx}{1+x^2}.$

Решение. Сначала положим $1+x^2=t,$ тогда $2xdx=dt.$ Далее получаем

$$\int \frac{2xdx}{1+x^2}=\int \frac{dt}{t}=\ln|t|+C=\ln\left|1+x^2\right|+C.$$

Варианты практической работы

Вариант 1

Найдите интеграл методом непосредственного интегрирования:

1) $\int \left(2 - 3e^{x} + x\right) dx$;

2) $\int \left(x^4 - \frac{1}{2x} - 4\right) dx$;

3) $\int \left(2\cos x - \frac{x}{2} + \frac{3}{x^2}\right) dx$;

4) $\int \left(7 - \frac{5}{\cos^2 x} + \sqrt{x}\right) dx$;

5) $\int \frac{\sqrt[3]{x} - 3}{x} dx$.

Найдите интеграл методом подстановки:

1) $\int \frac{x\,dx}{x^2+1}$.

2) $\int x \cdot \sin(x^2 + 3)\,dx$.

3) $\int \frac{\ln x\,dx}{x}$.

4) $\int \sin x \cdot \sqrt{\cos x - 1}\,dx$.

5) $\int \frac{x\,dx}{\sqrt{4-x^2}}$.

Вариант 2

Найдите интеграл методом непосредственного интегрирования:

1) $\int \left(3x^5 - \cos x - 1\right) dx$;

2) $\int \left(3x^2 + \frac{4}{x} + 5\right) dx$;

3) $\int \left(\frac{1}{2}\sin x - \frac{1}{x^3} + x\right) dx$;

4) $\int \left(2^{x} - \sqrt[3]{x}\right) dx$;

5) $\int \frac{x+3}{\sqrt{x^3}} dx$.

Найдите интеграл методом подстановки:

1) $\int \frac{\cos x\,dx}{4+3\sin x}$.

2) $\int 3^{2+x^2} \cdot x\,dx$.

3) $\int \frac{dx}{(x^2+1)\,arctgx}$.

4) $\int \frac{\sqrt{1+ctgx}\,dx}{sin^2 x}$.

5) $\int x \cdot \sqrt{9 - x^2}\,dx$.

Практическая работа № 6

Тема: Приложения определенного интеграла к решению простейших физических задач.

Цель: Отработать навыки решения простейших физических задач с помощью определенного интеграла

Методическое обеспечение:

1. Инструкционная карта, МК
2. И.Д. Пехлецкий. Математика: учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования. – М.: «Академия», 2014.

Варианты практической работы

Вариант 1

1) Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t)=2t^2-t+1$ (м/с). Найти путь, пройденный за первые 3 с.
2) Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t)=12t-t^2$ (м/с). Найти длину пути, пройденного телом от начала пути, до его остановки.
Указание: в моменты начала и остановки скорость тела равна нулю.
3) Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть пружину на *0,06 м*, если сила *1 Н* растягивает ее на *0,01 м*?
4) Сила в *60 Н* растягивает пружину на *2 см*. Первоначальная длина пружины равна *14 см*. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть ее до *20 см*?
5) Пружина в спокойном состоянии имеет длину *0,15 м*. Какую работу надо совершить при растяжении пружины от *0,23 м* до *0,25 м*, если сила в *30 Н* растягивает ее на *0,01 м*?

Вариант 2

1) Вычислить путь, пройденный точкой за 4 секунды от начала движения, если скорость точки $v=2t+4$ (м/с).
2) Найти путь, пройденный точкой за третью секунду, зная скорость её прямолинейного движения $v(t)=3t^2-2t-3$ (м/с).
3) Вычислить работу силы при сжатии пружины на *0,2 м*, если для сжатия ее на *0,02 м* нужна сила *80 Н*?
4) Первоначальная длина пружины равна *0,02 м*. Сила в *30 Н* растягивает пружину на *0,01 м*. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть ее до *0,1 м*?
5) Пружина в спокойном состоянии имеет длину *0,3 м*. Какую работу надо совершить при растяжении пружины от *0,33 м* до *0,35 м*, если сила в *600 Н* растягивает ее на *0,2 м*?

Практическая работа № 7

Тема: Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объема тела вращения

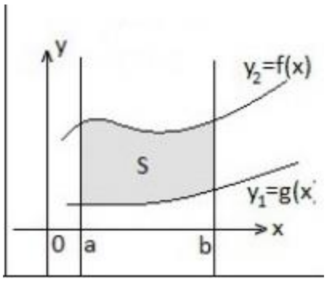
Цель: Отработать навыки вычисления площади плоской фигуры, объема тела вращения с помощью определенного интеграла

Методическое обеспечение:

1. Инструкционная карта, МК
2. И.Д. Пехлецкий. Математика: учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования. – М.: «Академия», 2014.

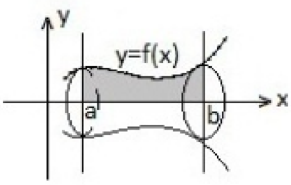
Теоретические сведения:

Площадь плоской фигуры, ограниченная графиками функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$, прямыми $x=a$ и $x=b$ вычисляется по формуле:



$$S = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$$

Объем тела вращения, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ вычисляется по формуле:



$$V = \pi \int_a^b f^2(x)\,dx$$

Варианты практической работы

Вариант 1

1) Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:
   a) $y = x^2,\ y = 6 - x$.
   b) $y = x^2 - 2,\ y = 3x + 2$.
2) Найдите объем тела вращения:
   a) Вычислить объем тела, которое получается при вращении вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $y = 3 - 2x,\quad x = -2,\quad x = 1,\quad y = 0$.
   b) Вычислить объем тела, которое получается при вращении вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y^2 = 5x$, прямыми $x = 1,\quad x = 4,\quad y = 0$.
   c) Вычислить объем тела, которое получается при вращении вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной гиперболой $y = \dfrac{2}{x}$, прямыми $x = 2, x = 3, y = 0$.

Вариант 2

1) Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:
   a) $y = 2x,\ y = (x-4)^2$.
   b) $y = x^2 - 2,\ y = x$.
2) Найдите объем тела вращения:
   a) Вычислить объем тела, которое получается при вращении вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $y = 4 - x, \quad x = -2, \quad x = 1, \quad y = 0$.
   b) Вычислить объем тела, которое получается при вращении вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y^2 = 3x$, прямыми $x = 1, \quad x = 2, \quad y = 0$.
   c) Вычислить объем тела, которое получается при вращении вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной гиперболой $y = \frac{4}{x}$, прямыми $x = 1, x = 3, y = 0$.

Практическая работа № 8

Тема: Решение простейших задач на определение вероятности

Цель: Отработать навыки решения задач, используя классическое определение вероятности

Методическое обеспечение:

1. Инструкционная карта, МК
2. И.Д. Пехлецкий. Математика: учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования. – М.: «Академия», 2014.

Варианты практической работы

1. Вероятность поразить мишень при одном выстреле равна 0,5. Какова вероятность поразить мишень с двух выстрелов?
2. Вероятность поразить мишень при одном выстреле равна 0,5. Какова вероятность поразить мишень с трех выстрелов?
3. На экзамен пришли два студента. Вероятность того, что первый студент сдаст экзамен составляет 0,9. Вероятность того, что второй студент сдаст экзамен – 0,8. Какова вероятность того, что хотя бы один из них сдаст экзамен?
4. В ящике 4 красных и 6 синих шаров. Вытаскивают два шара. Какова вероятность, что хотя бы один из вытащенных шаров окажется красным?
5. Имеются два независимых устройства, сигнализирующих об аварии. Вероятность срабатывания первого устройства составляет 0,8, вероятность срабатывания второго устройства – 0,7. Найти вероятность того, что сигнал об аварии будет подан.
6. В барабане лежат одинаковые на ощупь шары лотереи с номерами от 1 до 36. Какова вероятность того, что номер вытянутого наудачу шара делится на 3?
7. В ящике 15 белых и 5 красных шаров. Наугад достали один шар. Какова вероятность того, что вынутый шар белый?
8. В тире 10 винтовок, из них 4 с оптическим прицелом. Какова вероятность того, что стрелок выбрал винтовку без оптического прицела?
9. На полке стоят 5-томное собрание сочинений, которые разместили в случайном порядке. Какова вероятность того, что тома стоят в порядке убывания номеров?
10. Студент знает 23 вопроса из 25. какова вероятность того, что ему достался вопрос, которого он не знает?
11. В урне 12 одинаковых шаров: 4 белых, 7 красных и 1 черный. Какова вероятность того, что выбранный шар не черный?
12. Для лотереи отпечатаны 1000 билетов, из которых 150 выигрышные. Какова вероятность того, что купленный билет окажется выигрышным?
13. Билеты пронумерованы двухзначными числами. Какова вероятность того, что наудачу взятый билет оканчивается на «0»?
14. Найти вероятность того, что при одном бросании игральной кости выпадет число очков, кратное 3?
15. В лотерее пронумерованы билеты от 1 до 50. Какова вероятность того, что наудачу взятый билет содержит цифру 1.
16. В урне лежат 12 одинаковых шаров: 3 белых, 7 черных, остальные красные. Какова вероятность, что наугад выбранный шар окажется не белым?
17. В лотерее пронумерованы билеты от 1 до 100. Какова вероятность, что взятый наудачу билет содержит цифру 2?
18. Забыта последняя цифра номера телефона и набрана наугад. Какова вероятность, что номер набран верно?

Практическая работа № 9

Тема: Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины

Цель: Отработать навыки составления закона распределения дискретной случайной величины

Методическое обеспечение:

1. Инструкционная карта, МК
2. И.Д. Пехлецкий. Математика: учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования. – М.: «Академия», 2014.

Варианты практической работы

Вариант 1

1. Игральная кость брошена 3 раза. Написать закон распределения числа появления шестерки.
2. Построить многоугольник распределения дискретной случайной величины X, описанной в задаче первой.
3. После ответа студента на вопросы экзаменационного билета экзаменатор задает студенту дополнительные вопросы. Преподаватель прекращает задавать вопросы, как только студент обнаруживает незнание заданного вопроса. Вероятность того, что студент ответит на любой заданный вопрос, равна 0.4. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа дополнительных вопросов, которые задаст преподаватель студенту.
4. В магазин привезли 20 коробок с обувью, причем в 7-ми из них обувь белого цвета. Наудачу отобрали 3 коробки. Написать закон распределения дискретной случайной величины X – числа коробок с обувью белого цвета среди отобранных.

Вариант 2

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,4. Написать закон распределения случайной величины X – числа попаданий в цель при семи выстрелах.
2. Построить многоугольник распределения дискретной случайной величины X, описанной в задаче первой.
3. После ответа студента на вопросы экзаменационного билета экзаменатор задает студенту дополнительные вопросы. Преподаватель прекращает задавать дополнительные вопросы, как только студент обнаруживает незнание заданного вопроса. Вероятность того, что студент ответит на любой заданный дополнительный вопрос равна 0,9. Требуется составить закон распределения случайной дискретной величины X – числа дополнительных вопросов , которые задаст преподаватель студенту.
4. В партии из 24 изделий шесть дефектных. Произвольным образом выбрали пять изделий. Написать закон распределения дискретной случайной величины X – числа дефектных изделий из избранных.

Практическая работа № 10

Тема: **Х**арактеристики ДСВ

Цель: Отработать навыки составления закона распределения ДСВ, вычисления характеристик ДСВ

Методическое обеспечение:

1. Инструкционная карта, МК
2. И.Д. Пехлецкий. Математика: учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования. – М.: «Академия», 2014.

Теоретические сведения:

Математическим ожиданием $M(X)$ дискретной случайной величины (X) называется сумма произведений всех ее возможных значений x_i на их вероятности p_i

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Дисперсией дискретной случайной величины (X) называется математическое ожидание квадрата ее отклонения

$$D(X) = M(X - M(X))^2$$

Число $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$ носит название *среднего квадратичного отклонения величины* (X)

Пример:

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины (X), если закон ее распределения задан таблицей

X	0	1	2	3	4
P	0,2	0,4	0,3	0,08	0,02

Вычислим *математическое ожидание*:

$$M(X) = 0 \cdot 0{,}2 + 1 \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}3 + 3 \cdot 0{,}08 + 4 \cdot 0{,}02 = 0 + 0{,}4 + 0{,}6 + 0{,}24 + 0{,}08 = 1{,}32$$

Вычислим *дисперсию*:

$$M(X^2) = 0^2 \cdot 0{,}2 + 1^2 \cdot 0{,}4 + 2^2 \cdot 0{,}3 + 3^2 \cdot 0{,}08 + 4^2 \cdot 0{,}02 = 0 + 0{,}4 + 1{,}2 + 0{,}72 + 0{,}32 = 2{,}64$$

$$[M(X)]^2 = (1{,}32)^2 = 1{,}7424$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 2{,}64 - 1{,}7424 = 0{,}8976$$

Найдем среднее *квадратичное отклонение*:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0{,}8976} = 0{,}9474 \approx 0{,}9$$

Ответ: $D(X) = 0{,}8976$ и $\sigma(X) \approx 0{,}9$

Варианты практической работы

Вариант 1

Дискретная случайная величина *X* имеет закон распределения

X	1	2	3	4	5
P	0,15	P_2	0,3	0,2	0,1

Найдите: P_2, M(X), M(5X), D(X), δ(X). Построить многоугольник распределения.

Вариант 2

Дискретная случайная величина *X* имеет закон распределения

X	3	6	9	12	3
P	0,1	P_2	0,3	0,4	0,1

Найдите: P_2, M(X), M(2X), D(X), δ(X). Построить многоугольник распределения.

Вариант 3

Дискретная случайная величина *X* имеет закон распределения

X	3	4	5	6	7
P	0,1	0,2	0,4	P_4	0,1

Найдите: P_4, M(X), M(3X), D(X), δ(X). Построить многоугольник распределения.