

БПОУ ВО «ГРЯЗОВЕЦКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»

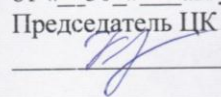
РАССМОТРЕНО

на заседании цикловой комиссии
общеобразовательных, общегуманитарных
и социально-экономических дисциплин

Протокол № 1

от « 30 » августа 2018 г.

Председатель ЦК

 Е.В. Зиновьева

СОГЛАСОВАНО

Зам директора по ОМР

 Е.А. Ткаченко

« 31 » августа 2018 г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

ЕН.01 «Математика»

Специальность:

38.02.01 Экономика и бухгалтерский учёт (по отраслям)

г. Грязовец
2018

Пояснительная записка

Методические рекомендации для организации самостоятельной работы по дисциплине ЕН 01 «Математика» предназначены для студентов 2 курса по специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям).

В соответствии с учебным планом на самостоятельную работу отводится 15 часов.

Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- развития познавательных способностей и активности студентов: самостоятельности, ответственности и организованности, творческой инициативы;
- формирования самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских навыков.

Критериями оценки результатов самостоятельной работы являются:

- уровень усвоения учебного материала;
- умение использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
- обоснованность и четкость изложения материала;
- уровень оформления работы.

При изучении дисциплины ЕН 01 «Математика» используются **виды самостоятельной работы**, направленной на:

формирование умений:

- решение задач и упражнений по образцу;
- выполнение чертежей, схем, расчётно-графических работ;
- использование аудио- и видеозаписей, компьютерной техники и Интернета;

овладение знаниями:

- работа с текстами (учебника, первоисточника, дополнительной литературы);
- составление плана текста;
- графическое изображение структуры текста;
- конспектирование текста;
- выписки из текста;
- работа со словарями и справочниками;
- учебно-исследовательская работа;
- использование аудио- и видеозаписей, компьютерной техники и Интернета;

закрепление и систематизацию знаний:

- работа с конспектом лекций, учебным материалом (учебником, – первоисточником, дополнительной литературой, аудио- и видеозаписями) в т.ч. по составлению таблиц для систематизации учебного материала; составлению плана и тезисов ответа; ответов на контрольные вопросы;
- подготовка сообщений к выступлению на уроке;
- подготовка рефератов, докладов;
- составление библиографии, тематических кроссвордов.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ ВНЕАУДИТОРНАЯ РАБОТА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Кол-во часов	Тема СВР	Формы контроля СВР	Задания для ВСР
2	<i>Раздел 1. Введение в анализ</i>	Проверка работы преподавателем Тестирование	Работа с лекционным материалом
2	<i>Раздел 2. Дифференциальное исчисление</i>	Проверка работы преподавателем Тестирование	Подготовка к аудиторным занятиям
4	<i>Раздел 3. Интегральное исчисление</i>	Проверка работы преподавателем	Подготовка к практическим работам (решение упражнений по образцу)
2	<i>Раздел 4. Линейная алгебра.</i>	Проверка работы преподавателем	Завершение аудиторных практических работ
1	<i>Раздел 5. Теория комплексных чисел</i>	Проверка выполненной работы преподавателем	Решение упражнений по образцу (извлечение корней, возведение в степень)
2	<i>Раздел 6. Основы теории вероятностей и математической статистики</i>	Выступление на уроке	Подготовка информационного сообщения
1	<i>Раздел 7. Основы дискретной математики</i>	Выступление на уроке	Подготовка информационного сообщения
1	<i>Раздел 8. Обобщающее повторение</i>	Зачет	Подготовка к дифференцированному зачету

ЗАДАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Раздел 1. Введение в анализ

Задание. Работа с лекционным материалом

Литература:

Математика [Электронный курс]: учебное пособие для СПО / А.В.Алпатов. – Саратов: Профобразование, 2017.

А.А. Гусак. Математический анализ и дифференциальные уравнения. – Минск: ТетраСистеме.

Б.В. Соболев, Н.Т. Мишняков, В.М. Поркшеян. Практикум по высшей математике. – Ростов н/Дону: «Феникс».

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте понятие функции, области определения функции.
2. Сформулируйте понятие предела переменной величины. Какая величины называется бесконечно большой величиной, и какая – бесконечно малой величиной.
3. Запишите основные свойства пределов.
4. Первый и второй замечательные пределы.

Задания для самостоятельной работы

Решить тест

- 1) Предел функции $f(x)$ при $x \rightarrow a$ равен A , обозначается:

а) $\lim_{x \rightarrow a} A = f(x)$

б) $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = a$

в) $f(x) \rightarrow A$ при $x \rightarrow A$

г) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$

- 2) Укажите правильное свойство пределов:

а) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

б) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

в) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

г) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) / \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

- 3) Укажите правильное свойство пределов:

а) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

б) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

в) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) / \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

г) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

- 4) Укажите правильное свойство пределов:

а) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) / g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

б) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) / g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

в) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) / g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) / \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

г) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) / g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

- 5) Укажите правильное свойство пределов:
- $\lim_{x \rightarrow a} f(kx) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
 - $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(kx)$
 - $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
 - $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- 6) Укажите правильное свойство пределов:
- $\lim_{x \rightarrow a} c = c, c = \text{const}$
 - $\lim_{x \rightarrow a} c = 1, c = \text{const}$
 - $\lim_{x \rightarrow a} c = 0, c = \text{const}$
 - $\lim_{x \rightarrow a} c = \infty, c = \text{const}$
- 8) Укажите правильную операцию с бесконечностью:
- $\frac{1}{\infty} = 1$
 - $\frac{1}{\infty} = \infty$
 - $\frac{1}{\infty} = \infty^2$
 - $\frac{1}{\infty} = 0$
- 9) Укажите правильную операцию с бесконечностью:
- $\frac{1}{0} = \infty$
 - $\frac{1}{0} = 1$
 - $\frac{1}{0} = 0$
 - $\frac{1}{0} = -\infty$
- 10) Укажите правильную операцию с бесконечностью:
- $\frac{\infty}{\infty} = 1$
 - $\frac{\infty}{\infty} = 0$
 - $\frac{\infty}{\infty} = \infty$
 - $\frac{\infty}{\infty}$ – неопределенность
- 11) Укажите правильную операцию с бесконечностью:
- $\frac{0}{0} = 0$
 - $\frac{0}{0} = 1$
 - $\frac{0}{0}$ – неопределенность
 - $\frac{0}{0} = \infty$

12) Укажите правильное значение предела:

а) $\lim_{x \rightarrow 4} x^2 = 4$

б) $\lim_{x \rightarrow 4} x^2 = 16$

в) $\lim_{x \rightarrow 4} x^2 = 1$

г) $\lim_{x \rightarrow 4} x^2 = 0$

13) Укажите правильное значение предела:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x} = 0$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x} = \infty$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x} = 1$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x} = -\infty$

14) Укажите правильное значение предела:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = 0$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = 1$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = \infty$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = -\infty$

15) Первый замечательный предел:

а) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$

б) $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sin t}{t} = 1$

в) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 0$

г) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = \infty$

16) Второй замечательный предел:

а) $\lim_{a \rightarrow 0} (1+a)^{1/a} = 1$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \infty$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 0$

г) $\lim_{a \rightarrow 0} (1+a)^{1/a} = e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление

Задание. Подготовка к аудиторным занятиям

Литература:

Математика [Электронный курс]: учебное пособие для СПО / А.В.Алпатов. – Саратов: Профобразование, 2017.

А.А. Гусак. Математический анализ и дифференциальные уравнения. – Минск: ТетраСистеме.

Б.В. Соболев, Н.Т. Мишняков, В.М. Поркшеян. Практикум по высшей математике. – Ростов н/Дону: «Феникс».

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте понятие производной функции одной переменной.
2. Какая функция называется дифференцируемой в данной точке?
3. В чем состоит геометрический смысл производной?
4. Запишите правило дифференцирования суммы функций.
5. Запишите правило дифференцирования частного функций.
6. Запишите правило дифференцирования произведения функций.
7. Сформулируйте правило дифференцирования сложных функций.
8. Сформулируйте понятие дифференциала функции одной переменной.
9. Возрастающая и убывающая функции.
10. Сформулируйте понятие точек максимумов и минимумов функции.
11. Запишите необходимый и достаточный признаки существования точек экстремумов функции.
12. Сформулируйте необходимое и достаточное условия существования точки перегиба.

Задания для самостоятельной работы

Решить тест № 1

1. Производной $f'(x)$ функции в точке x называется предел:

а) $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$

б) $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$

в) $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 1} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$

г) $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta f(x)}$

2. Физический смысл производной $f'(x)$:

а) $f'(x)$ – мгновенная скорость точки в момент времени x

б) $f'(x)$ – мгновенное ускорение точки в момент времени x

в) $f'(x)$ – средняя скорость точки в момент времени x

г) $f'(x)$ – среднее ускорение точки в момент времени x

3. Производная $f'(x)$ есть:

а) ускорение изменения функции $f(x)$ в точке x

б) среднее ускорение изменения функции $f(x)$ в точке x

в) скорость изменения функции $f(x)$ в точке x

г) средняя скорость изменения функции $f(x)$ в точке x

4. Дифференциал $df(x)$ функции $f(x)$ равен:

- а) $df(x) = f'(x)dx$
- б) $df(x) = f(x)dx$
- в) $df(x) = f'(x)$
- г) $df(x) = f'(x)/dx$

5. Укажите правильное свойство производной:

- а) $(u + v)' = u' - v'$
- б) $(u + v)' = u' \cdot v'$
- в) $(u + v)' = u' \div v'$
- г) $(u + v)' = u' + v'$

6. Укажите правильное свойство производной:

- а) $(u - v)' = u' + v'$
- б) $(u - v)' = u' \cdot v'$
- в) $(u - v)' = u' - v'$
- г) $(u - v)' = u' \div v'$

7. Укажите правильное свойство производной:

- а) $(u \cdot v)' = u'v \cdot uv'$
- б) $(u \cdot v)' = u'v \div uv'$
- в) $(u \cdot v)' = u'v - uv'$
- г) $(u \cdot v)' = u'v + uv'$

8. Укажите правильное свойство производной:

- а) $c' = 0, c = const$
- б) $c' = 1, c = const$
- в) $c' = \infty, c = const$
- г) $c' = -1, c = const$

9. Укажите правильное свойство производной:

- а) $(cu)' = u'$
- б) $(cu)' = c + u'$
- в) $(cu)' = u' / c$
- г) $(cu)' = cu'$

10. Укажите правильное свойство производной:

- а) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v + uv'}{v^2}$
- б) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
- в) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v \cdot uv'}{v^2}$
- г) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v' - u'v'}{v^2}$

11. Производная вложенной функции. $h(x) = f(y)$, $y = y(x)$:

- а) $h'_x = f'_y \cdot y'_x$
- б) $h'_x = f'_x \cdot y'_x$
- в) $h'_x = f'_y + y'_x$
- г) $h'_x = f'_y / y'_x$

12. Укажите правильную табличную производную:

- а) $x' = 1$
- б) $x' = 0$
- в) $x' = \infty$
- г) $x' = -1$

13. Укажите правильную табличную производную:

- а) $(x^n)' = x^{n-1}$
- б) $(x^n)' = n \cdot x^{n+1}$
- в) $(x^n)' = n \cdot x^n$
- г) $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

14. Укажите правильную табличную производную:

- а) $(e^x)' = e^{-x}$
- б) $(e^x)' = e^x$
- в) $(e^x)' = e^{2x}$
- г) $(e^x)' = xe^{x-1}$

15. Укажите правильную табличную производную:

- а) $(a^x)' = a^{-x} \cdot \ln a$
- б) $(a^x)' = a^{2x} \cdot \ln a$
- в) $(a^x)' = xa^{x-1} \cdot \ln a$
- г) $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

16. Укажите правильную табличную производную:

- а) $(\ln x)' = x$
- б) $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
- в) $(\ln x)' = 1 - x$
- г) $(\ln x)' = \frac{1}{x^2}$

17. Укажите правильную табличную производную:

а) $(\log_a x)' = \frac{1}{x}$

б) $(\log_a x)' = \frac{1}{x + \ln a}$

в) $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$

г) $(\log_a x)' = \frac{\ln a}{x}$

18. Укажите правильную табличную производную:

а) $(\sin x)' = \sin x$

б) $(\sin x)' = -\cos x$

в) $(\sin x)' = -\sin x$

г) $(\sin x)' = \cos x$

19. Укажите правильную табличную производную:

а) $(\cos x)' = \sin x$

б) $(\cos x)' = \cos x$

в) $(\cos x)' = -\sin x$

г) $(\cos x)' = -\cos x$

20. Укажите правильную табличную производную:

а) $(\operatorname{tg} x)' = -\frac{1}{\cos^2 x}$

б) $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$

в) $(\operatorname{tg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

г) $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

21. Укажите правильную табличную производную:

а) $(\operatorname{ctg} x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$

б) $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\cos^2 x}$

в) $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

г) $(\operatorname{ctg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

Решить тест № 2

1. Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выберите достаточное условие убывания функции

- a) $f'(x) > 0$ b) $f'(x) < 0$ c) $f'(x) = 0$

2. Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выберите достаточное условие возрастания функции

- a) $f'(x) > 0$ b) $f'(x) < 0$ c) $f''(x) = 0$

3. Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выберите достаточное условие выпуклости вниз

- a) $f''(x) < 0$ b) $f''(x) = 0$ c) $f''(x) > 0$

4. Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выберите достаточное условие выпуклости вверх

- a) $f''(x) < 0$ b) $f''(x) = 0$ c) $f''(x) > 0$

5. Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выберите достаточное условие точки перегиба

- a) $f''(x) < 0$ b) $f''(x) = 0$ c) $f''(x) > 0$

Решить тест № 3

1. Производная функции $y = \sin 2x - \cos 3x$ равна

- a) $\cos 2x - \sin 3x$ b) $2 \sin 3x - 3 \cos 3x$
c) $-2 \sin 3x - 3 \cos 3x$ d) $2 \cos 2x + 3 \sin 3x$

2. Производная функции $y = \ln(1 - 3x)$ равна

- $$\begin{array}{ll} a) \frac{1}{1-3x} & b) \frac{-3}{1-3x} \\ c) \frac{3}{1-3x} & d) \frac{-1}{1-3x} \end{array}$$

3. Производная функции $y = 5^{7-2x}$ равна

- a) $5^{7-2x} \cdot \ln 5$ b) $2x \cdot 5^{7-2x} \cdot \ln 5$
c) $-2 \cdot 5^{7-2x} \cdot \ln 5$ d) $-2x \cdot 5^{7-2x} \cdot \ln 5$

4. Производная функции $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}(4x - \pi) + \frac{\pi}{4}$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$ равна

- a) 2 b) $\frac{\pi}{4}$ c) 4 d) $\frac{\pi}{2}$

5. Производная функции $y = \sqrt{-6 + 3x^2}$ равна

- $$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{3}{\sqrt{-6+3x^2}} & \text{b) } \frac{1}{2\sqrt{3x^2-6}} \\ \text{c) } \frac{3x}{\sqrt{-6+3x^2}} & \text{d) } 2\sqrt{3x^2-6} \end{array}$$

6. Производная функции $y = \arcsin 5x^2$ равна

a) $\frac{10x}{\sqrt{1-5x^2}}$

b) $\frac{5x^2}{\sqrt{1-25x^4}}$

c) $\frac{10x}{\sqrt{1-25x^4}}$

d) $\frac{10x}{1-25x^4}$

7. Производная функции $y = \operatorname{arccctg} x^2$ равна

a) $-\frac{2x}{1+x^4}$

b) $\frac{2x}{1+x^4}$

c) $-\frac{1}{1+x^4}$

d) $-\frac{2x}{1+x^2}$

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Задание. Подготовка к практическим работам (решение упражнений по образцу)

Литература:

Математика [Электронный курс]: учебное пособие для СПО / А.В.Алпатов. – Саратов: Профобразование, 2017.

А.А. Гусак. Математический анализ и дифференциальные уравнения. – Минск: ТетраСистеме.

Б.В. Соболев, Н.Т. Мишняков, В.М. Поркшеян. Практикум по высшей математике. – Ростов н/Дону: «Феникс».

Образцы решения задач

Интегрирование методом подстановки

Пример 1. Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(5-3x)^2}}$.

Решение. Произведем подстановку $5-3x=t$, тогда $-3dx=dt$, откуда $dx=-\frac{1}{3}dt$. Далее получаем

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(5-3x)^2}} = \int \frac{-\frac{1}{3}dt}{\sqrt[3]{t^2}} = -\frac{1}{3} \int t^{-\frac{2}{3}} dt = -\frac{1}{3} \cdot \frac{t^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} + C = -\sqrt[3]{t} + C = -\sqrt[3]{5-3x} + C.$$

Пример 2. Найти интеграл $\int (2+\cos x)^2 \cdot \sin x dx$.

Решение. Сначала положим $2+\cos x=t$, тогда $-\sin x dx=dt$, откуда $\sin x dx=-dt$. Далее получаем

$$\int (2+\cos x)^2 \sin x dx = \int t^2 (-dt) = -\int t^2 dt = -\frac{t^3}{3} + C = -\frac{1}{3}(2+\cos x)^3 + C.$$

Пример 3. Найти интеграл $\int \sin^5 x \cos x dx$.

Решение. Сначала положим $\sin x=t$, тогда $\cos x dx=dt$. Далее получаем

$$\int \sin^5 x \cos x dx = \int t^5 dt = \frac{t^6}{6} + C = \frac{1}{6} \sin^6 x + C.$$

Интегрирование методом по частям

Пример

Задание. Найти интеграл $\int (x+1)e^{2x} dx$

Решение. В исходном интеграле выделим функции u и v , затем выполним интегрирование по частям.

$$\begin{aligned} \int (x+1)e^{2x} dx & \left\| \begin{array}{l} u = x+1 \quad dv = e^{2x} dx \\ du = dx \quad v = \frac{1}{2}e^{2x} \end{array} \right\| = (x+1) \cdot \frac{1}{2}e^{2x} - \\ & = \frac{(x+1)e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx = \frac{(x+1)e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}e^{2x} + C = \\ & = \frac{(x+1)e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4} + C \end{aligned}$$

$$\text{Ответ. } \int (x+1)e^{2x} dx = \frac{(x+1)e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4} + C$$

Пример

Задание. Найти интеграл $\int \ln x dx$

Решение. В исходном интеграле выделим функции u и v , затем выполним интегрирование по частям.

$$\int \ln x dx \left\| \begin{array}{l} u = \ln x \quad dv = dx \\ du = \frac{dx}{x} \quad v = x \end{array} \right\| = x \ln x - \int x \cdot \frac{dx}{x} =$$

$$= x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C = x(\ln x - 1) + C$$

Ответ. $\int \ln x dx = x(\ln x - 1) + C$

Вычисление площади плоской фигуры с помощью определенного интеграла

Пример 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 4 - x^2$ и $y = x^2 - 2x$.

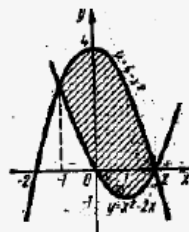
Решение:

Найдем пределы интегрирования, т.е. абсциссы точек пересечения графиков функций $y = 4 - x^2$ и $y = x^2 - 2x$. Для этого

решим систему $\begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = x^2 - 2x \end{cases}$

Имеем $4 - x^2 = x^2 - 2x$, $2x^2 - 2x - 4 = 0$
 $x^2 - x - 2 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}, \quad x_1 = -1, x_2 = 2$$



Искомую площадь вычисляем по формуле $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$

$$S = \int_{-1}^2 (4 - x^2 - x^2 + 2x) dx = \int_{-1}^2 (4 - 2x^2 + 2x) dx = 4 \int_{-1}^2 dx - 2 \int_{-1}^2 x^2 dx + 2 \int_{-1}^2 x dx =$$

$$= 4x \Big|_{-1}^2 - 2 \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^2 + 2 \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^2 = 4(2+1) - \frac{2}{3}(8+1) + 4 - 1 = 12 - 6 + 3 = 9$$

$$S = 9 \text{ кв.ед.}$$

Вычисление работы силы

$$A = \int_a^b F(s) ds. \quad (1)$$

Пример 1. Сжатие S винтовой пружины пропорционально приложенной силе F . Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 5 см, если для сжатия ее на 1 см нужна сила 10 Н (рис. 245).

Решение. Сила F и перемещение S связаны по условию зависимостью $F = kS$, где k — постоянная.

Будем выражать S в метрах, F — в ньютонах. При $S = 0,01$ $F = 10$, т. е. $10 = k \cdot 0,01$, откуда $k = 1000$, $F = 1000 S$. На основании формулы (1) имеем

$$A = \int_0^{0,05} 1000 S dS = 1000 \frac{S^2}{2} \Big|_0^{0,05} = 1,25 \text{ Дж.}$$

Вычисление объемов тел вращения

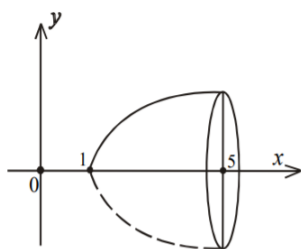
Пусть на отрезке $[a; b]$ задана непрерывная знакопостоянная функция $y = f(x)$. Тогда объем V_x тела, образованного вращением вокруг оси Ox криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$, вычисляется по формуле

$$V_x = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Пример. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y^2 = x - 1$, прямыми $x = 5$, $y = 0$. Сделайте рисунок.

Решение.

Построим сначала фигуру, исходя из условия задачи.



$$V = \pi \int_1^5 y^2 dx = \pi \int_1^5 (x-1) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^5 = \pi \left(\frac{25}{2} - 5 \right) - \pi \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = 8\pi$$

Ответ: $V = 8\pi$ ед³

Задания для самостоятельной работы

Вычислить интеграл методом подстановки

1. $\int \frac{x dx}{x^2+1}$.
2. $\int x \cdot \sin(x^2 + 3) dx$.
3. $\int \sin x \cdot \sqrt{\cos x - 1} dx$.
4. $\int \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$.
5. $\int \frac{x dx}{(3+x^2)^3}$
6. $\int \frac{e^{\operatorname{ctg} x} dx}{\sin^2 x}$.

Вычислить интеграл методом по частям

1. $\int (7x-1) \cos x dx$
2. $\int (7x+5) \ln x dx$
3. $\int (6-5x) e^x dx$
4. $\int (8x-1) \sin 5x dx$

Задачи, на вычисление работы силы

1. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть пружину на 0,06 м, если сила 1 Н растягивает ее на 0,01 м?
2. Сила в 60 Н растягивает пружину на 2 см. Первоначальная длина пружины равна 14 см. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть ее до 20 см?
3. Пружина в спокойном состоянии имеет длину 0,15 м. Какую работу надо совершить при растяжении пружины от 0,23 м до 0,25 м, если сила в 30 Н растягивает ее на 0,01 м?

Задачи, на вычисление объема тела вращения

1. Вычислить объем тела, которое получается при вращении вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $y = 3 - 2x$, $x = -2$, $x = 1$, $y = 0$.
2. Вычислить объем тела, которое получается при вращении вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y^2 = 5x$, прямыми $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$.
3. Вычислить объем тела, которое получается при вращении вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной гиперболой $y = \frac{2}{x}$, прямыми $x = 2$, $x = 3$, $y = 0$.

Раздел 4. Линейная алгебра

Задание. Завершение аудиторных практических работ

Литература:

Математика [Электронный курс]: учебное пособие для СПО / А.В.Алпатов. – Саратов: Профобразование, 2017.

Ахметгалиева В.Р., Галяутдинова Л.Р., Галяутдинов М.И. Математика. Линейная алгебра: учебное пособие.

Б.В. Соболев. Практикум по высшей математике.

Раздел 5. Теория комплексных чисел

Задание. Решение упражнений по образцу (извлечение корней, возведение в степень)

Цель: углубления и расширения теоретических знаний по теме «Комплексные числа».

Изучить:

1. А.В. Алпатов. Математика [Электронный курс]: учебное пособие для СПО, § 1.
2. И.И. Валущэ, Г.Д. Дилигул. Математика для техникумов, § 15
3. Б.В. Соболев. Практикум по высшей математике, § 4.

Образцы решения задач

Комплексные числа возводят в степень в **тригонометрической форме**, для которой верна формула Муавра:

$$z^k = r^k (\cos k\varphi + i \sin k\varphi), \quad \forall k \in \mathbb{N}$$

Аналогично применяют данную формулу для вычисления **корня степени k** из комплексного числа (не равного нулю):

$$\begin{aligned} z^{\frac{1}{k}} &= (r(\cos(\varphi + 2\pi n) + i \sin(\varphi + 2\pi n)))^{\frac{1}{k}} = \\ &= r^{\frac{1}{k}} \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi n}{k} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi n}{k} \right), \quad \forall k > 1, \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad n < k \end{aligned}$$

Задание Найти корень 3-й степени из числа $z = -1$.

Решение Для начала выразим число $z = -1$ в тригонометрической форме. Действительной частью числа $z = -1$ является число $x = \operatorname{Re} z = -1$, мнимой частью является $y = \operatorname{Im} z = 0$. Для нахождения тригонометрической формы записи комплексного числа нужно найти его модуль и аргумент.

Модулем комплексного числа z является число:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2} = \sqrt{1 + 0} = 1$$

Аргумент вычисляется по формуле:

$$\varphi = \arg z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \operatorname{arctg} \frac{0}{-1} = \operatorname{arctg} 0 = \pi$$

Следовательно, тригонометрическая форма комплексного числа имеет вид: $z = 1 (\cos \pi + i \sin \pi)$.

Тогда корень 3-й степени находится следующим образом:

$$\begin{aligned} z^{\frac{1}{3}} &= (1 (\cos \pi + i \sin \pi))^{\frac{1}{3}} = 1^{\frac{1}{3}} (\cos \pi + i \sin \pi)^{\frac{1}{3}} = \\ &= \cos \frac{\pi + 2\pi n}{3} + i \sin \frac{\pi + 2\pi n}{3}, \quad n = 0, 1, 2 \end{aligned}$$

Для $n = 0$ получаем:

$$\omega_1 = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Для $n = 1$ получаем:

$$\omega_2 = \cos \pi + i \sin \pi = -1 + i \cdot 0 = -1$$

Для $n = 2$ получаем:

$$\omega_3 = \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2} + i \frac{-\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ $\omega_1 = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \omega_2 = -1, \quad \omega_3 = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$

Задание Возвести в 10-ю степень число $z = 1 + i$.

Решение Для начала выразим комплексное число в тригонометрической форме.

Действительной частью комплексного числа $z = 1 + i$ является число $x = \operatorname{Re} z = 1$ мнимой частью является $y = \operatorname{Im} z = 1$. Для нахождения тригонометрической формы записи комплексного числа нужно найти его модуль и аргумент.

Модулем комплексного числа z является число $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. Аргумент вычисляется по формуле:

$$\varphi = \arg z = \arctg \frac{y}{x} = \arctg \frac{1}{1} = \arctg 1 = \frac{\pi}{4}$$

Следовательно, тригонометрическая форма комплексного числа имеет вид:

$$z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

Применяя формулу Муавра для возведения в степень, получаем:

$$\begin{aligned} z^{10} &= \left(\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \right)^{10} = \left(\sqrt{2} \right)^{10} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)^{10} = \\ &= 32 \left(\cos \left(10 \cdot \frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(10 \cdot \frac{\pi}{4} \right) \right) = 32 \left(\cos \frac{5\pi}{2} + i \sin \frac{5\pi}{2} \right) = 32 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

Ответ $z^{10} = 32 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$

Задания для самостоятельного решения

1. Вычислить: а) $(1 + i)^{37}$; б) $(1 - i)^8$.
2. Вычислить: а) $\sqrt{3 + 4i}$; б) $\sqrt[4]{1}$.

Раздел 6. Основы теории вероятностей и математической статистики

Задание. Подготовка информационного сообщения

Подготовить сообщение на одну из предлагаемых тем:

1. Использование методов теории вероятностей и математической статистики в экономической сфере.
2. Применение теории вероятности в сфере кредитования.
3. Применение теории вероятности в банковском деле.
4. Использование методов теории вероятностей и математической статистики при решении задач в сфере страхования.
5. Практическое применение теории вероятностей.

Литература и интернет-источники:

<https://www.eduherald.ru/ru>

http://vernsky.ru/pubs/6886/Prakticheskoe_primenenie_teorii_veroyatnostey?view_mode=text

Раздел 7. Основы дискретной математики

Задание. Подготовка информационного сообщения

Подготовить сообщение на одну из предлагаемых тем:

1. Применение графов в различных областях жизни людей.
2. Графы вокруг нас.

Цель: развития познавательных способностей по теме

Литература и интернет-источники:

<http://obuchonok.ru/node/1321>

http://genius.pstu.ru/file.php/1/pupils_works_2017/RejterovichNikita.pdf

Раздел 8. Обобщающее повторение

Задание. Подготовка к зачету

Вопросы, вынесенные на дифференцированный зачет

Теория пределов.

- 1) Определение предела функции.
- 2) Теоремы о пределах функции.
- 3) Бесконечно большая и бесконечно малая величины.
- 4) Непрерывность функции.

Производная и дифференциал

- 1) Определение производной функции в точке.
- 2) Геометрический и физический смысл производной.
- 3) Определение дифференциала функции.
- 4) Приложения производной
- 5) Признаки возрастания и убывания функции.
- 6) Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
- 7) Выпуклость графика функции. Точки перегиба.
- 8) Асимптоты кривой.

Неопределенный интеграл

- 1) Определение первообразной функции.
- 2) Определение неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.

Определенный интеграл

- 1) Определение определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
- 2) Определение криволинейной трапеции. Формулы для вычисления площади плоских фигур.
- 3) Формулы для вычисления объема тел вращения.
- 4) Применение определенного интеграла к решению простейших физических задач.

Основные понятия теории вероятностей

- 1) Классическое определение вероятности.

Математическое ожидание и дисперсия ДСВ. Основные понятия математической статистики.

- 1) Определение случайной величины.
- 2) Определение закона распределения ДСВ.
- 3) Определение математического ожидания. Формулы для вычисления.
- 4) Определение дисперсии ДСВ. Формула для вычисления.

Основы дискретной математики

- 1) Понятие множества. Операции над множествами.
- 2) Понятие графа. Виды графов. Элементы графа.

Критерии оценки внеаудиторной самостоятельной работы студентов

Качество выполнения внеаудиторной самостоятельной работы студентов оценивается посредством текущего контроля самостоятельной работы студентов .

100~89% максимальное количество баллов, указанное в карте-маршруте (табл. 1) самостоятельной работы студента по каждому виду задания, студент получает, если:

- обстоятельно с достаточной полнотой излагает соответствующую тему;
- дает правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;
- может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры;
- правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

70~89% от максимального количества баллов студент получает, если:

- неполно (не менее 70% от полного), но правильно изложено задание;
- при изложении были допущены 1-2 несущественные ошибки, которые он исправляет после замечания преподавателя;
- дает правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;
- может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры;
- правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

50~69% от максимального количества баллов студент получает, если:

- неполно (не менее 50% от полного), но правильно изложено задание;
- при изложении была допущена 1 существенная ошибка;
- знает и понимает основные положения данной темы, но допускает неточности в формулировке понятий;
- излагает выполнение задания недостаточно логично и последовательно;
- затрудняется при ответах на вопросы преподавателя.

49% и менее от максимального количества баллов студент получает, если:

- неполно (менее 50% от полного) изложено задание;
- при изложении были допущены существенные ошибки.

В "0" баллов преподаватель вправе оценить выполненное студентом задание, если оно не удовлетворяет требованиям, установленным преподавателем к данному виду работы.

Сумма полученных баллов по всем видам заданий внеаудиторной самостоятельной работы составляет рейтинговый показатель студента. Рейтинговый показатель студента влияет на выставление итоговой оценки по результатам изучения дисциплины.

Таблица перевода баллов в оценку

балл	100~89%	70~89%	50~69%	49% и менее
оценка	отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно