

БПОУ ВО «ГРЯЗОВЕЦКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»

УТВЕРЖДАЮ
Директор БПОУ ВО
«Грязовецкий
политехнический техникум»
 А.С. Маслов
«31 августа» 2018 года

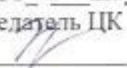
РАССМОТРЕНО

на заседании цикловой комиссии
общеобразовательных, общегуманитарных
и социально-экономических дисциплин

Протокол № 1

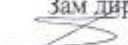
от «30» августа 2018 г.

Председатель ЦК

 Е.В. Зиновьева

СОГЛАСОВАНО

Зам директора по ОМР

 Е.А. Ткаченко

«30» августа 2018 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

ЕН.01 «Математика»

Специальность: 35.02.07 Механизация сельского хозяйства

г. Грязовец

2018

Пояснительная записка

Фонд оценочных средств по дисциплине ЕН.01 «Математика» направлен на контроль и управление процессом приобретения необходимых знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенций, определенных в ФГОС по специальности 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства».

Фонд оценочных средств по учебной дисциплине «Математика» используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов.

Текущий контроль, осуществляется преподавателем в процессе изучения студентами учебного материала (устного (письменного) опроса, тестовых заданий, при выполнении практических работ и т.п.).

Промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачета по данной дисциплине проводится по теоретическим и практическим знаниям студентов.

В структуру фонда оценочных средств входит:

- Паспорт ФОС.
- Практические работы.
- Тестовые задания.
- Вопросы и задания к дифференцированному зачету.

2. Перечень основных показателей оценки результатов, элементов практического опыта, знаний и умений, подлежащих текущему контролю и промежуточной аттестации

Код и наименование основных показателей оценки результатов (ОПОР)	Код и наименование элемента практического опыта	Код и наименование элемента умений	Код и наименование элемента знаний
1	2	3	4
ОК 1. – ОК 9.		У.1. Решение прикладных задач в области профессиональной деятельности	3.1.Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы. 3.2. Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности. 3.3. Основные понятия и методы математического анализа. 3.4.Основные понятия дискретной математики. 3.5.Основные понятия теории вероятностей и математической статистики. 3.6. Основы интегрального и дифференциального исчисления.

ПК 1.1 - ПК 1.6.			3.1.Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы. 3.2. Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.
ПК 2.1. - ПК 2.4			3.1.Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы. 3.2. Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.
ПК 3.1. - ПК 3.4.			3.1.Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы. 3.2. Основные математические методы

			решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.
ПК 4.1. - ПК 4.5.			3.1. Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы. 3.2. Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ (по специальности)

Общие компетенции:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Выполнять регулировку узлов, систем и механизмов двигателя и приборов электрооборудования.

ПК 1.2. Подготавливать почвообрабатывающие машины.

ПК 1.3. Подготавливать посевные, посадочные машины и машины для ухода за посевами.

ПК 1.4. Подготавливать уборочные машины.

ПК 1.5. Подготавливать машины и оборудование для обслуживания животноводческих ферм, комплексов и птицефабрик.

ПК 1.6. Подготавливать рабочее и вспомогательное оборудование тракторов и автомобилей.

ПК 2.1. Определять рациональный состав агрегатов и их эксплуатационные показатели.

ПК 2.2. Комплектовать машинно-тракторный агрегат.

ПК 2.3. Проводить работы на машинно-тракторном агрегате.

ПК 2.4. Выполнять механизированные сельскохозяйственные работы.

ПК 3.1. Выполнять техническое обслуживание сельскохозяйственных машин и механизмов.

ПК 3.2. Проводить диагностирование неисправностей сельскохозяйственных машин и механизмов.

ПК 3.3. Осуществлять технологический процесс ремонта отдельных деталей и узлов машин и механизмов.

ПК 3.4. Обеспечивать режимы консервации и хранения сельскохозяйственной техники.

ПК 4.1. Участвовать в планировании основных показателей машинно-тракторного парка сельскохозяйственного предприятия.

ПК 4.2. Планировать выполнение работ исполнителями.

ПК 4.3. Организовывать работу трудового коллектива.

ПК 4.4. Контролировать ход и оценивать результаты выполнения работ исполнителями.

ПК 4.5. Вести утвержденную учетно-отчетную документацию.

Практические работы

Пояснительная записка

Практическое занятие - это форма организации учебного процесса, предполагающая выполнение студентами по заданию и под руководством преподавателя одной или нескольких практических работ.

Дидактическая цель практических работ - формирование у студентов профессиональных умений, а также практических умений, необходимых для изучения последующих учебных дисциплин, а также подготовка к применению этих умений в профессиональной деятельности.

Так, на практических занятиях по математике у студентов формируется умение решать задачи, которое в дальнейшем должно быть использовано для решения профессиональных задач по специальным дисциплинам.

В ходе выполнения практических работ студенты овладевают умениями пользоваться информационными источниками, работать с нормативными документами и инструктивными материалами, справочниками, выполнять чертежи, схемы, таблицы, решать разного рода задачи, делать вычисления.

Задачи, которые решаются в ходе практических занятий по математике:

- 1) расширение и закрепление теоретических знаний по математике, полученных в ходе лекционных занятий;
- 2) формирование у студентов практических умений и навыков, необходимых для успешного решения задач по математике;
- 3) развитие у студентов потребности в самообразовании и совершенствовании знаний и умений в процессе изучения математики;
- 4) формирование творческого отношения и исследовательского подхода в процессе изучения математики;
- 5) формирование профессионально-значимых качеств будущего специалиста и навыков приложения полученных знаний в профессиональной сфере.

В практические работы включены задания, направленные на формирование у студентов компетенций, необходимых для качественного освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования; программы подготовки квалифицированных рабочих, служащих; программы подготовки специалистов среднего звена

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Выполнять регулировку узлов, систем и механизмов двигателя и приборов электрооборудования.

ПК 1.2. Подготавливать почвообрабатывающие машины.

ПК 1.3. Подготавливать посевные, посадочные машины и машины для ухода за посевами.

ПК 1.4. Подготавливать уборочные машины.

ПК 1.5. Подготавливать машины и оборудование для обслуживания животноводческих ферм, комплексов и птицефабрик.

ПК 1.6. Подготавливать рабочее и вспомогательное оборудование тракторов и автомобилей.

ПК 2.1. Определять рациональный состав агрегатов и их эксплуатационные показатели.

ПК 2.2. Комплектовать машинно-тракторный агрегат.

ПК 2.3. Проводить работы на машинно-тракторном агрегате.

ПК 2.4. Выполнять механизированные сельскохозяйственные работы.

ПК 3.1. Выполнять техническое обслуживание сельскохозяйственных машин и механизмов.

ПК 3.2. Проводить диагностирование неисправностей сельскохозяйственных машин и механизмов.

ПК 3.3. Осуществлять технологический процесс ремонта отдельных деталей и узлов машин и механизмов.

ПК 3.4. Обеспечивать режимы консервации и хранения сельскохозяйственной техники.

ПК 4.1. Участвовать в планировании основных показателей машинно-тракторного парка сельскохозяйственного предприятия.

ПК 4.2. Планировать выполнение работ исполнителями.

ПК 4.3. Организовывать работу трудового коллектива.

ПК 4.4. Контролировать ход и оценивать результаты выполнения работ исполнителями.

ПК 4.5. Вести утвержденную учетно-отчетную документацию.

Критерии оценки выполненной работы:

Ответ оценивается отметкой «5», если:

работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможны некоторые неточности, опiski, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится в следующих случаях:

работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущены одна ошибка, или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

допущено не более двух ошибок или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Преподаватель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии студента; за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные студенту дополнительно после выполнения им каких-либо других заданий.

Перечень практических работ

1. Вычисление предела функции.
2. Вычисление производной функции.
3. Условие монотонности. Экстремумы функции.
4. Исследование функции и построение графика функции.
5. Вычисление определенных и неопределённых интегралов.
6. Сходимость числовых рядов.
7. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
8. Множества и операции над ними. Элементы математической логики.
9. Определение вероятности события.
10. Комбинаторика. Выборки элементов.

Практическая работа №1

Тема: Вычисление предела функции.

Цели: вспомнить методы вычисления пределов, вырабатывать и закрепить навыки вычисления пределов методом раскрытия неопределённостей, вычисления пределов с бесконечностью.

Норма времени: 2 часа

Оборудование: инструкционная карта, конспект

Ход работы:

1. Вычислите пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x - 1}{x^5 - 2x^2 + 3x - 6}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2-x}}{x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 4}{x^2 - 6x + 8}$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^6 - 2x^4 + 7}{x^4 - 2x^2 + 5x - 3}$

6) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x+1} - 2}$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 + 3x - 1}{x^2}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^5 - 2x^3 + 4x - 5}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 2)$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 12} \frac{\sqrt{x+4} - 4}{x - 12}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 4}{5x^3 + x^2}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - 8x^4 + 5x - 6}{x^3 + 3x^2 + 4x - 5}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 3} (5x^3 - 100)$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1}$$

Практическая работа №2

Тема: Вычисление производной функции.

Цели: вспомнить способы и формулы для вычисления производной сложной функции; вырабатывать и закрепить навыки вычисления производной сложной функции

Норма времени: 2 часа

Оборудование: таблица производных, инструкционная карта

Ход работы:

1. Найдите производные сложных функций:

$$1) f(x) = \sin 7x$$

$$2) f(x) = \cos(6 + 2x)$$

$$3) f(x) = \sqrt{x^2 + 8}$$

$$4) f(x) = (3 + 4x)^6$$

$$5) \quad f(x) = e^{2x-67} + \ln(5-8x)$$

$$6) \quad f(x) = \operatorname{tg}(x^3 - 7x^2)$$

$$7) \quad f(x) = e^{2x} \cdot \sqrt{x}$$

$$8) \quad f(x) = \sqrt{2x - x^3}$$

$$9) \quad f(x) = \ln(3x - 2) \quad 10) f(x) = \frac{1}{2} \sin 3x$$

$$11) f(x) = e^{2x-4} \quad 12) f(x) = \sqrt{2x} \cdot x^2 \quad 13) f(x) = \ln(2x+1)$$

$$14) \quad f(x) = e^{6x-2} \quad 15) f(x) = \sqrt{x^4 + 2x}$$

$$16) f(x) = e^{2x} \cdot \sqrt{x}$$

Практическая работа №3

Тема: Условие монотонности. Экстремумы функции.

Цели: используя схему исследования функции уметь находить промежутки возрастания и убывания функции и точки её максимума и минимума.

Норма времени: 2 часа

Оборудование: схема исследования функции, инструкционная карта

Ход работы:

Выполните задания:

1 вариант

Найдите промежутки монотонности функций:

$$1. \quad f(x) = x^2 - x$$

$$2. \quad f(x) = 5x^2 - 3x - 1$$

$$3. \quad f(x) = x^2 + 6x - 4$$

$$4. \quad f(x) = x^3 - 6x^2 + 9$$

$$5. \quad f(x) = x^3 - 3$$

Найдите экстремумы функций:

$$1. \quad f(x) = 3x + 1$$

$$2. \quad f(x) = 3x^2 + 4$$

$$3. \quad f(x) = 2x^2 - 20x + 1$$

4. $f(x)=2x^2+3x+4$

5. $f(x)=3x^4-4x^3$

2 вариант

Найдите промежутки монотонности функций:

1. $f(x)=x^2+2x$

2. $f(x)=x^2-12x-100$

3. $f(x)=x^3+3x^2-9x$

4. $f(x)=x^3-3x^2+7$

5. $f(x)=x^4-2x^2$

Найдите экстремумы функций:

1. $f(x)=6+4x$

2. $f(x)=6x^3-5$

3. $f(x)=3x^2+36x-1$

4. $f(x)=-5x^2-2x+2$

5. $f(x)=x^3-4x^2$

Практическая работа №4

Тема: Исследование функции и построение графиков.

Цели: используя схему исследования функции научиться строить график функции по проведённому исследованию

Норма времени: 2 часа

Оборудование: схема исследования функции, инструкционная карта

Ход работы:

Используя схему исследования функции построить графики функций по проведённому исследованию.

1) $f(x)=x^3-3x+4$

2) $f(x)=-x^3+3x-4$

3) $f(x)=x^2-6x+2$

Схема исследования функции

1) Найти область определения функции.

2) Исследовать функцию на чётность, нечётность, периодичность.

- 3) Найти точки пересечения графика с осями координат.
- 4) Найти интервалы монотонности функции и её экстремумы.
- 5) Найти интервалы выпуклости графика функции и точки его перегиба.
- 6) Используя полученные сведения, построить график функции.

Практическая работа №5

Тема: Вычисление определенных и неопределённых интегралов.

Цели: проверить умение вычислять неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования и методом подстановки, используя таблицу интегралов, вычислять определенные интегралы.

Норма времени: 2 часа

Оборудование: таблица интегралов, инструкционная карта.

Ход работы:

1. Вычислите интегралы, используя непосредственное интегрирование:

1) $\int \left(5x^4 - \frac{1}{3}x - 4 \right) dx$; 2) $\int \frac{\sqrt[3]{x} - 3}{\sqrt{x}} dx$;

3) $\int \frac{3+x}{\sqrt[3]{x}} dx$; 4) $\int \frac{(x^2+2)^2}{x^2} dx$;

5) $\int \left(6x^5 - \frac{1}{2}x + 7 \right) dx$; 6) $\int \frac{x-5}{x^2} dx$;

7) $\int \frac{3+2x-x^2}{x} dx$;

2. Вычислите интегралы, используя метод подстановки:

1) $\int (2x+4)^8 dx$; 2) $\int \frac{xdx}{x^2-9}$; 3) $\int e^{x^2} x dx$; 4) $\int (5+3x)^6 dx$; 5) $\int \frac{2xdx}{5+x^2}$;

6) $\int e^{-x^3+2} x^2 dx$.

3. Вычислите определенные интегралы:

1) $\int_0^1 (x^4) dx$; 2) $\int_1^2 (x+2) dx$;

$$3) \int_1^2 \frac{1+2x^2}{x} dx; \quad 4) \int_{-1}^1 \frac{(x^2+2)^2}{x^2} dx;$$

Практическая работа №7

Тема: Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Цели: вырабатывать навыки решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Норма времени: 2 часа

Оборудование: таблица корней уравнения, инструкционная карта

Ход работы:

1. Решите уравнения с разделяющимися переменными:

$$(y-2)dx + x^2 dy = 0;$$

$$2x dy - y dx = 0;$$

$$x^3 dy - y^3 dx = 0;$$

$$(2x-1)dy = (y+1)dx$$

2. Решите линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами:

Корни характеристического уравнения	Частные решения уравнения	Общее решение уравнения
Действительные и различные: $k_1 \neq k_2$	$y_1 = e^{k_1 x};$ $y_2 = e^{k_2 x};$	$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$
Равные: $k_1 = k_2$	$y_1 = e^{k_1 x};$ $y_2 = x e^{k_1 x};$	$y = e^{k_1 x} + (C_1 + C_2 x)$
Комплексно- сопряженные: $\alpha \pm \beta i$	$y_1 = e^{\alpha x} \cos \beta x$ $y_2 = e^{\alpha x} \sin \beta x$	$y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

$$y'' - y' - 2y = 0;$$

$$y'' - 4y = 0;$$

$$y'' + 4y = 0;$$

$$y'' + 4y' = 0;$$

$$y'' - 2y' + y = 0;$$

$$\begin{aligned}y'' + 6y' + 9y &= 0; \\ y'' + 6y' + 13y &= 0; \\ 3y'' + 23y' - 8y &= 0.\end{aligned}$$

Практическая работа №6

Тема: Сходимость числовых рядов.

Цели: научиться использовать необходимый признак сходимости ряда, вырабатывать навыки вычисления определения сходимости числового ряда по признаку Даламбера

Норма времени: 2 часа

Оборудование: инструкционная карта, конспект.

Ход работы:

1. Познакомьтесь с основными вопросами темы, рассмотрите примеры и выполните задания:

Если ряд *сходится*, то его общий член стремится к нулю, т.е. $\lim u_n = 0$

2. Признак Даламбера. Если для ряда с положительными членами $u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$ отношение $(n+1)$ -го члена к n -му при $n \rightarrow \infty$ имеет конечный предел l , т. е. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$, то: 1) в случае $l < 1$ ряд *сходится*; 2) в случае $l > 1$ ряд *расходится*.

Примечание. Если $l = 1$, то ряд может как *сходиться*, так и *расходиться*.

Пример 1. Исследовать на сходимость ряд

$$\frac{1}{3} + \frac{2^2}{3^2 \cdot 2!} + \frac{3^3}{3^3 \cdot 3!} + \frac{4^4}{3^4 \cdot 4!} + \dots + \frac{n^n}{3^n \cdot n!} + \dots$$

Решение. Воспользуемся признаком Даламбера. Находим

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{n+1} \cdot 3^n \cdot n!}{3^{n+1} (n+1)! n^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{n+1}}{3(n+1)n^n} = \frac{1}{3} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \frac{1}{3} e < 1.$$

Следовательно, ряд *сходится*.

Пример 2. Исследовать на сходимость ряд

$$\sqrt{2} + \frac{2}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{5} + \dots + \frac{(\sqrt{2})^n}{2n-1} + \dots$$

Решение. Так как

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{2})^{n+1} (2n-1)}{(2n+1) (\sqrt{2})^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right) \sqrt{2} = \sqrt{2} > 1,$$

то данный ряд *расходится*.

Исследуйте на сходимость следующие ряды:

30. $1 + \frac{4}{2!} + \frac{9}{3!} + \frac{16}{4!} + \dots$

31. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}} + \dots$

32. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots + \frac{2n-1}{2^n} + \dots$

33. $\frac{1}{10} + \frac{1 \cdot 2}{10^2} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{10^3} + \dots + \frac{n!}{10^n} + \dots$

34. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{2^n} + \dots$

35. $\frac{1}{3} + \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 6 \cdot 9} + \dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{3 \cdot 6 \cdot 9 \dots 3n} + \dots$

36. $1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} + \dots$

Практическая работа №8

Тема: Множества и операции над ними. Элементы математической логики.

Цели: познакомиться с понятием множества, подмножества, рассмотреть основные законы операций над множествами, понятиями математической логики, научиться находить объединение, пересечение и разность множеств, решать логические задачи.

Норма времени: 2 часа

Ход работы:

1. Познакомьтесь с основными вопросами темы:

Множеством называют совокупность, набор каких-либо предметов.

Предметы, составляющие множество, называются его элементами.

Множества обозначим $A, B, C, \dots$, а элементы множеств $a, b, c, \dots$, используя латинский алфавит.

“ $\in$ ” – принадлежит;

“ $\Rightarrow$ ” – следовательно;

“ $\emptyset$ ” – пустое множество, т.е. не содержащее ни одного элемента.

Два множества будем называть *равными*, если они состоят из одних и тех же элементов

Если любой элемент из множества A принадлежит и множеству B , то говорят, что множество A включено в множество B , или множество A является *подмножеством* множества B , или A является частью B , где “ $\subset$ ” знак подмножества или включения.

Можно дать другое определение равных множеств. Два множества называются равными, если они являются взаимными подмножествами.

Объединением множеств A и B называется множество C , образованное всеми элементами, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A или B . Слова “или” ключевое в понимании элементов входящих в объединение множеств.

Это определение можно записать с помощью обозначений: $A \cup B$, где где “ $\cup$ ” – знак объединения,

Пресечение двух множеств A и B называется множество C , образованное всеми элементами, которые принадлежат и множеству A , и множеству B . Здесь уже ключевое слово “и”. Запишем коротко: $A \cap B = C$, где “ $\cap$ ” – знак пересечения.

Множество всех элементов универсального множества E , не принадлежащих множеству A называется *дополнением* множества A до E и обозначается $\bar{A}E$ или $\bar{A}$ (рис.4)

Введем еще одно понятие – это *мощность* множества.

Для конечного множества A через $m(A)$ обозначим число элементов в множестве A .

Из определений следуют свойства:

$$m(A) + m(\bar{A}) = m(E)$$

$$A = B \Rightarrow m(A) = m(B)$$

Для любых конечных множеств справедливы так же утверждения:

$$m(AB) = m(A) + m(B) - m(A \cap B)$$

$$m(A \cap B) = m(A) + m(B) - m(AB)$$

$$m(ABC) = m(A) + m(B) + m(C) - m(A \cap B) - m(A \cap C) - m(B \cap C) - m(A \cap B \cap C).$$

2. Решите задачи:

Задача №1

В олимпиаде по математике для абитуриентов приняло участие 40 учащихся, им было предложено решить одну задачу по алгебре, одну по геометрии и одну по тригонометрии. По алгебре решили задачу 20 человек, по геометрии – 18 человек, по тригонометрии – 18 человек.

По алгебре и геометрии решили 7 человек, по алгебре и тригонометрии – 9 человек. Ни одной задачи не решили 3 человека.

Сколько учащихся решили все задачи?

Сколько учащихся решили только две задачи?

Сколько учащихся решили только одну задачу?

Задача № 2

Первую или вторую контрольные работы по математике успешно написали 33 студента, первую или третью – 31 студент, вторую или третью – 32 студента. Не менее двух контрольных работ выполнили 20 студентов.

Сколько студентов успешно решили только одну контрольную работу?

Задача № 3

В классе 35 учеников. Каждый из них пользуется хотя бы одним из видов городского транспорта: метро, автобусом и троллейбусом. Всеми тремя видами транспорта пользуются 6 учеников, метро и автобусом – 15 учеников, метро и троллейбусом – 13 учеников, троллейбусом и автобусом – 9 учеников.

Сколько учеников пользуются только одним видом транспорта?

Решение задачи № 1

Запишем коротко условие и покажем решение:

$$m(E) = 40$$

$$m(A) = 20$$

$$m(B) = 18$$

$$m(C) = 18$$

$$m(A \cap B) = 7$$

$$m(A \cap C) = 8$$

$$m(B \cap C) = 9$$

$$m(ABC) = 3 \Rightarrow m(ABC) = 40 - 3 = 37$$

K_1 – множество учеников, решивших только одну задачу по алгебре;
 K_2 – множество учеников, решивших только две задачи по алгебре и геометрии;
 K_3 – множество учеников, решивших только задачу по геометрии;
 K_4 – множество учеников, решивших только две задачи по алгебре и тригонометрии;
 K_5 – множество всех учеников, решивших все три задачи;
 K_6 – множество всех учеников, решивших только две задачи, по геометрии и тригонометрии;
 K_7 – множество всех учеников, решивших только задачу по тригонометрии;
 K_8 – множество всех учеников, не решивших ни одной задачи.

Используя свойство мощности множеств и рисунок можно выполнить вычисления:

$$m(K_5) = m(A \cap B \cap C) = m(ABC) - m(A) - m(B) - m(C) + m(A \cap B) + m(A \cap C) + m(B \cap C)$$

$$m(K_5) = 37 - 20 - 18 - 18 + 7 + 8 + 9 = 5$$

$$m(K_2) = m(A \cap B) - m(K_5) = 7 - 5 = 2$$

$$m(K_4) = m(A \cap C) - m(K_5) = 8 - 5 = 3$$

$$m(K_6) = m(B \cap C) - m(K_5) = 9 - 5 = 4$$

$$m(K_1) = m(A) - m(K_2) - m(K_4) - m(K_5) = 20 - 2 - 3 - 5 = 10$$

$$m(K_3) = m(B) - m(K_2) - m(K_6) - m(K_5) = 18 - 2 - 4 - 5 = 7$$

$$m(K_7) = m(C) - m(K_4) - m(K_6) - m(K_5) = 18 - 3 - 4 - 5 = 6$$

$m(K_2) + m(K_4) + m(K_6) = 2 + 3 + 4 = 9$ – число учеников решивших только две задачи;

$m(K_1) + m(K_3) + m(K_7) = 10 + 7 + 6 = 23$ – число учеников решивших только одну задачу.

Ответ: 5 учеников решили три задачи; 9 учеников решили только по две задачи; 23 ученика решили только по одной задаче.

С помощью этого метода можно записать решения второй и третьей задачи так:

Решение задачи № 2

$$m(AB) = 33$$

$$m(AC) = 31$$

$$m(BC) = 32$$

$$m(K_2) + m(K_4) + m(K_6) + m(K_5) = 20$$

Найти $m(K_1) + m(K_3) + m(K_7)$

$$m(A \cup B) = m(K_1) + m(K_2) + m(K_3) + m(K_4) + m(K_5) + m(K_6) = m(K_1) + m(K_3) + 20 = 33 \Rightarrow$$

$$m(K_1) + m(K_3) = 33 - 20 = 13$$

$$m(AUC) = m(K1) + m(K4) + m(K2) + m(K5) + m(K6) + m(K7) = m(K1) + m(K7) + 20 = 31 \Rightarrow$$

$$m(K1) + m(K7) = 31 - 20 = 11$$

$$m(BUC) = m(K3) + m(K2) + m(K5) + m(K6) + m(K7) + m(K4) = m(K3) + m(K7) + 20 = 32 \Rightarrow$$

$$m(K3) + m(K7) = 32 - 20 = 12$$

$$2m(K1) + m(K3) + m(K7) = 13 + 11 = 24$$

$$2m(K1) + 12 = 24$$

$$m(K3) = 13 - 6 = 7$$

$$m(K7) = 12 - 7 = 5$$

$$m(K1) + m(K3) + m(K7) = 6 + 7 + 5 = 18$$

Ответ: Только одну контрольную работу решили 18 учеников.

Решение задачи № 3

$$m(E) = 35$$

$$m(A \cap B \cap C) = m(K5) = 6$$

$$m(A \cap B) = 15$$

$$m(A \cap C) = 13$$

$$m(B \cap C) = 9$$

Найти $m(K1) + m(K3) + m(K7)$

$$m(K2) = m(A \cap B) - m(K5) = 15 - 6 = 9$$

$$m(K4) = m(A \cap C) - m(K5) = 13 - 6 = 7$$

$$m(K6) = m(B \cap C) - m(K5) = 9 - 6 = 3$$

$$m(K1) + m(K3) + m(K7) = m(E) - m(K4) - m(K2) - m(K6) - m(K5) = 35 - 7 - 9 - 3 - 6 = 10$$

Ответ: Только одним видом транспорта пользуется 10 учеников.

Практическая работа №10

Тема: Комбинаторика. Выборки элементов.

Цели: научиться решать задачи на использование принципов сложения, умножения, на использование формул для перестановок и размещений, на использование формул для сочетаний.

Норма времени: 2 часа

Оборудование: таблица производных, инструкционная карта

Ход работы:

Решите задачи по комбинаторике:

I. На использование принципов умножения и сложения

- 1) Сколькими способами могут восемь человек стать в очередь к театральной кассе?
- 2) Позывные радиостанции должны начинаться с буквы W. 1) Скольким радиостанциям можно присвоить различные позывные, если позывные состоят из трех букв, причем эти буквы могут повторяться? 2) Если позывные состоят из четырех букв, которые не повторяются?
- 3) В автомашине 7 мест. Сколькими способами семь человек могут усесться в эту машину, если занять место водителя могут только трое из них?
- 4) Алфавит некоторого языка содержит 30 букв. Сколько существует шестибуквенных слов (цепочка букв от пробела до пробела), составленных из букв этого алфавита, если:
буквы в словах не повторяются?
буквы в словах могут повторяться?
- 5) Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 составляются всевозможные числа, каждое из которых содержит не менее трех цифр. Сколько таких чисел можно составить, если повторения цифр в числах запрещены?

II. На использование формул для перестановок и размещений

- 1) Сколько слов можно образовать из букв слова **фрагмент**, если слова должны состоять:
(а) из восьми букв, (б) из семи букв, (в) из трех букв?
- 2) Сколько существует различных автомобильных номеров, которые состоят из пяти цифр, а) если первая из них не равна нулю; б) если номер состоит из одной буквы латинского алфавита, за которой следуют четыре цифры, отличные от нуля?
- 3) Сколькими способами можно расставить на полке семь книг, если (а) две определенные книги должны всегда стоять рядом, (б) эти две книги не должны стоять рядом?

III. На использование формул для сочетаний

- 1) Сколькими способами из восьми человек можно избрать комиссию, состоящую из пяти членов?
- 2) Компания из двадцати мужчин разделяется на три группы, в первую из которых входят три человека, во вторую — пять и в третью — двенадцать. Сколькими способами они могут это сделать? (Ответ записать в виде произведения сомножителей, не вычисляя его.)

Решения задач

I. На использование принципов умножения и сложения

Сколькими способами могут восемь человек стать в очередь к театральной кассе?

Решение задачи:

Существует 8 мест, которые должны занять 8 человек. На первое место может стать любой из 8 человек, т.е. способов занять первое место – 8. После того, как один человек стал на первое место, осталось 7 мест и 7 человек, которые могут быть на них размещены, т.е. способов занять второе место – семь. Аналогично для третьего, четвертого и т.д. места. Используя принцип умножения, получаем произведение – $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$. Такое произведение обозначается как $8!$ (читается 8 факториал) и называется перестановкой P_8 .

Ответ: $P_8 = 8!$

Позывные радиостанции должны начинаться с буквы W. 1) Скольким радиостанциям можно присвоить различные позывные, если позывные состоят из трех букв, причем эти буквы могут повторяться? 2) Если позывные состоят из четырех букв, которые не повторяются?

Решение задачи:

В современном латинском алфавите 26 букв. На первом месте всегда должна стоять одна буква, следовательно, существует только один способ занять первое место.

1) На оставшиеся два места может претендовать любая из 26-ти букв, т.к. буквы в позывных могут повторяться. Используя принцип умножения, получаем произведение: $1 \times 26 \times 26 = 26^2$.

2) На второе место можно поставить любую из 25 букв, т.к. в позывных буквы не должны повторяться. На третье место – 24 буквы, на четвертое место – 23 буквы. Используя принцип умножения, получаем произведение: $1 \times 25 \times 24 \times 23$.

Ответ: 1) 26^2 ; 2) $25 \times 24 \times 23$.

В автомашине 7 мест. Сколькими способами семь человек могут усесться в эту машину, если занять место водителя могут только трое из них?

Решение задачи:

Действие, которое должно быть выполнено особым способом, необходимо выполнять первым. Итак, на место водителя можно посадить только одного из трех человек (умеющего водить машину), т.е. существуют 3 способа занять первое место. Второе место может занять любой из 6 человек, оставшихся после того, как место водителя будет занято. И т.д. Используя принцип умножения, получаем произведение: $3 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3 \times 6! = 3 \times P_6$.

Ответ: $3 \times P_6 = 3 \times 6!$.

Алфавит некоторого языка содержит 30 букв. Сколько существует шестибуквенных слов (цепочка букв от пробела до пробела), составленных из букв этого алфавита, если:

буквы в словах не повторяются?

буквы в словах могут повторяться?

Решение задачи:

Существует шесть мест, на которые нужно разместить 30 букв.

1. Буквы не должны повторяться. Используя принцип умножения, получаем произведение: $30 \times 29 \times 28 \times 27 \times 26 \times 25$. Такое произведение достаточно сложно использовать в дальнейшем, и информация задачи представлена в ней в скрытой форме. В комбинаторике используют для таких произведений формулу размещений. Чтобы получить формулу размещений, умножим это произведение на единицу, которую представим следующим образом:

$$30 \times 29 \times 28 \times 27 \times 26 \times 25 \times \mathbf{1} = 30 \times 29 \times 28 \times 27 \times 26 \times 25 \times \frac{24!}{24!} = \frac{30 \times 29 \times 28 \times 27 \times 26 \times 25 \times 24!}{24!} = \frac{30!}{24!} = \frac{30!}{(30-6)!} = \mathbf{A}$$

$\mathbf{A}_{30}^6$ - формула для размещений.

2. Буквы повторяются. Используя принцип умножения, получаем: $30 \times 30 \times 30 \times 30 \times 30 \times 30 = 30^6 = \tilde{A}_{30}^6$ – формула для размещений с повторениями.

Ответ: 1) A_{30}^6 ; 2) $\tilde{A}_{30}^6$.

Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 составляются всевозможные числа, каждое из которых содержит не менее трех цифр. Сколько таких чисел можно составить, если повторения цифр в числах запрещены?

Решение задачи:

Необходимо посчитать, сколько существует трехзначных, четырехзначных и пятизначных чисел, составленных из этих пяти цифр. Трехзначных чисел - $5 \times 4 \times 3 = A_5^3$, четырехзначных - $5 \times 4 \times 3 \times 2 = A_5^4$, пятизначных - $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = A_5^5$. Используем принцип сложения: $A_5^3 + A_5^4 + A_5^5 = 60 + 120 + 120 = 300$.

Ответ: 300.

II. На использование формул для перестановок и размещений

Сколько слов можно образовать из букв слова **фрагмент**, если слова должны состоять:

(а) из восьми букв, (б) из семи букв, (в) из трех букв?

Решение задачи:

В слове **фрагмент** 8 букв алфавита.

(а) Всевозможные перестановки 8 букв по восьми местам: $A_8^8 =$

$$\frac{8!}{(8-8)!} = \frac{8!}{0!} = \frac{8!}{1} = 8! = P_8.$$

(б) Размещения 8 букв по 7 местам: A_8^7 .

(в) Размещения 8 букв по 3 местам: A_8^3 .

Ответ: P_8, A_8^7, A_8^3 .

Сколько существует различных автомобильных номеров, которые состоят из пяти цифр, а) если первая из них не равна нулю; б) если номер состоит из одной буквы латинского алфавита, за которой следуют четыре цифры, отличные от нуля?

Решение задачи:

а) Всего существует 10 цифр. На первом месте не может быть цифры 0, поэтому способов поставить цифру на первое место существует 9. На втором месте может стоять любая из 10-ти цифр (цифры могут повторяться), т.е. способов поставить цифру на второе место существует 10, и т.д. Используя принцип умножения, получаем: $9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 9 \times 10^4 = 9 \times \tilde{A}_{10}^4$.

б) На первом месте может стоять любая из 26 букв. На остальных местах - любые из девяти цифр, причем они могут повторяться. Используя принцип умножения, получаем: $26 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 26 \times \tilde{A}_9^4$.

Ответ: $9 \times \tilde{A}_{10}^4, 26 \times \tilde{A}_9^4$.

Сколькими способами можно расставить на полке семь книг, если (а) две определенные книги должны всегда стоять рядом, (б) эти две книги не должны стоять рядом?

Решение задачи:

(а) Книги, которые должны стоять рядом, считаем за одну книгу. Тогда нужно расставить 6 книг по шести местам. Применяя формулу перестановок, получаем: $P_6 = 6!$. Мы учли перестановки шести книг, не учитывая порядок внутри тех книг, которые мы посчитали за одну. А так как две книги по двум местам можно разместить только двумя способами (P_2), то получаем окончательно следующее произведение: $P_2 \times P_6 = 2 \times 6! = 1440$.

(б) Способов переставить 7 книг существует $P_7 = 7!$. Из них - $2 \times 6!$ способов поставить определенные книги вместе. Следовательно, способов поставить книги так, чтобы 2 заданные книги не стояли вместе существует: $7! - 2 \times 6!$.

Ответ: 1440 ; $7! - 2 \times 6!$

III. На использование формул для сочетаний

Сколькими способами из восьми человек можно избрать комиссию, состоящую из пяти членов?

Решение задачи:

Для решения этой задачи необходимо использовать формулу для сочетания элементов, т.к. здесь не имеет значения порядок элементов в выборке. Запишем формулу для сочетаний и произведем вычисления:

$$C_8^5 = \frac{8!}{(8-5)! \times 5!} = \frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3! \times 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3} = 8 \times 7 = 56.$$

Ответ: 56.

Компания из двадцати мужчин разделяется на три группы, в первую из которых входят три человека, во вторую — пять и в третью — двенадцать. Сколькими способами они могут это сделать? (Ответ записать в виде произведения сомножителей, не вычисляя его.)

Решение задачи:

Из 20-ти элементов необходимо сделать три выборки, причем порядок внутри выборок значения не имеет. Поэтому используем формулу для сочетаний.

Чтобы выбрать из 20-ти элементов 3, существует C_{20}^3 способов. Остается 17 элементов, из которых выбирается 5 элементов - C_{17}^5 способами. Остается 12 элементов, из которых выбирается 12 элементов. Это можно сделать $C_{12}^{12} = 1$, т.е. одним способом. Используя принцип произведения, получаем: $C_{20}^3 \times C_{17}^5 \times C_{12}^{12}$.

Ответ: $C_{20}^3 \times C_{17}^5 \times C_{12}^{12}$.

Практическая работа №9

Тема: Определение вероятности события.

Цели: научиться решать задачи на использование принципов сложения, умножения, на использование формул для перестановок и размещений, на использование формул для сочетаний.

Норма времени: 2 часа

Оборудование: конспект, инструкционная карта

Ход работы:

Решите задачи:

1. В ящике 10 перенумерованных шаров с номерами от I до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превышает 10?
2. В урне 15 шаров: 5 белых и 10 черных. Какова вероятность вынуть из урны синий шар?
3. В урне 12 шаров: 3 белых, 4 черных и 5 красных. Какова вероятность вынуть из урны черный шар?
4. В урне 10 шаров: 6 белых и 4 черных. Вынули два шара. Какова вероятность того, что оба шара - белые?
5. В лотерее 2000 билетов. На один билет падает выигрыш 100 руб., на четыре билета - выигрыш по 50 руб., на десять билетов - выигрыш по 20 руб., на двадцать билетов - выигрыш по 10 руб., на 165 билетов - выигрыш по 5 руб., на 400 билетов - выигрыш по 1 руб. Остальные билеты невыигрышные. Какова вероятность выиграть по билету не менее 10 руб.?
6. Монета подброшена два раза. Какова вероятность того, что оба раза выпадет герб?
7. В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар: белый; черный; синий; красный; белый или черный; синий или красный; белый, черный или синий.
8. В первом ящике 2 белых и 10 черных шаров; во втором ящике 8 белых и 4 черных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность, что оба шара белые?
9. В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из ящика вынули два шара (не возвращая вынутый шар в ящик). Найти вероятность того, что оба шара белые.
10. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,75, для второго - 0,8, для третьего - 0,9. Определить вероятность того, что все три стрелка одновременно попадут в цель.

Решения задач

1. В ящике 10 перенумерованных шаров с номерами от I до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превышает 10?
Решение. Так как номер любого шара, находящегося в ящике, не превышает 10, то число случаев, благоприятствующих событию А, равно числу всех возможных случаев, т.е. $n = N = 10$ и $P(A) = 1$. В этом случае событие А достоверно.
2. В урне 15 шаров: 5 белых и 10 черных. Какова вероятность вынуть из урны синий шар?
Решение. Синих шаров в урне нет, т.е. $n = 0$, а $N = 15$. Следовательно, $P(A) = 0/15 = 0$. В данном случае событие А - невозможное.

3. В урне 12 шаров: 3 белых, 4 черных и 5 красных. Какова вероятность вынуть из урны черный шар?

Решение. Здесь $m = 4$, $n = 12$ и $P(A) = 4/12 = 1/3$.

4. В урне 10 шаров: 6 белых и 4 черных. Вынули два шара. Какова вероятность того, что оба шара - белые?

Решение. Здесь число всех случаев $n = (10 \times 9)/(1 \times 2) = 45$. Число же случаев, благоприятствующих событию A , определяется равенством $m = (6 \times 5)/(1 \times 2) = 15$. Итак, $P(A) = 15/45 = 1/3$.

5. В лотерее 2000 билетов. На один билет падает выигрыш 100 руб., на четыре билета - выигрыш по 50 руб., на десять билетов - выигрыш по 20 руб., на двадцать билетов - выигрыш по 10 руб., на 165 билетов - выигрыш по 5 руб., на 400 билетов - выигрыш по 1 руб. Остальные билеты невыигрышные. Какова вероятность выиграть по билету не менее 10 руб.?

Решение. Здесь $m = 1 + 4 + 10 + 20 = 35$, $n = 2000$, т.е. $P(A) = m/n = 35/2000 = 0,0175$.

6. Монета подброшена два раза. Какова вероятность того, что оба раза выпадет герб?

Решение. Здесь $m = 1$, $n = 4$ (герб-герб, герб-лицо, лицо-лицо, лицо-герб), т.е. $P(A) = m/n = 1/4 = 0,25$

7. В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар: белый; черный; синий; красный; белый или черный; синий или красный; белый, черный или синий

Решение. Имеем $n = 10 + 15 + 20 + 25 = 70$, $P(B) = 10/70 = 1/7$, $P(Ч) = 15/70 = 3/14$, $P(С) = 20/70 = 2/7$, $P(К) = 25/70 = 5/14$. Применяв теорему сложения вероятностей, получим

$$P(B + Ч) = P(B) + P(Ч) = 1/7 + 3/14 = 5/14;$$

$$P(С + К) = P(С) + P(К) = 2/7 + 5/14 = 9/14;$$

$$P(B + Ч + С) = 1 - P(К) = 1 - 5/14 = 9/14.$$

8. В первом ящике 2 белых и 10 черных шаров; во втором ящике 8 белых и 4 черных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность, что оба шара белые?

Решение. В данном случае речь идет о совмещении событий A и B , где событие A - появление белого шара из первого ящика, событие B - появление белого шара из второго ящика. При этом A и B - независимые события. Имеем $P(A) = 2/12 = 1/6$, $P(B) = 8/12 = 2/3$. Применяв теорему умножения вероятностей, находим $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = (1/6) \cdot (2/3) = 1/9$.

9. В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из ящика вынули два шара (не возвращая вынутый шар в ящик). Найти вероятность того, что оба шара белые.

Решение. Пусть событие А - появление белого шара при первом вынимании; событие В - появление белого шара при втором вынимании. По теореме умножения вероятностей для случая зависимых событий имеем $P(AB) = P(A) \cdot P(B/A)$. Но $P(A) = 6/(6+8) = 6/14 = 3/7$ (вероятность появления первого белого шара); $P(B/A) = (6 - 1)/(6 + 8 - 1) = 5/13$ (вероятность появления второго белого шара в предположении, что первый белый шар уже вынут). Следовательно, $P(AB) = (3/7) \cdot (5/13) = 15/91$.

10. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,75, для второго- 0,8, для третьего- 0,9. Определить вероятность того, что все три стрелка одновременно попадут в цель.

Решение. $P(A) = 0,75$, $P(B)=0,8$, $P(C) = 0,9$; $P(ABC) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,75 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = 0,54$.

Тестовые задания для студентов

Пояснительная записка

Тестирование - один из наиболее эффективных методов оценки знаний студентов. К достоинствам метода относятся:

- объективность оценки тестирования;
- оперативность, быстрота оценки;
- простота и доступность;
- пригодность результатов тестирования для компьютерной обработки и использования статистических методов оценки.

Тестирование является важнейшим дополнением к традиционной системе контроля уровня обучения.

Для оценки уровня подготовленности студентов методом тестирования создаются специальные тесты. Тесты предназначены для проверки знаний студентов очной формы обучения на уровне воспроизведения, понимания или умения применить знания на практике.

Задачи, которые решаются в ходе проведения тестов по математике:

- 1) расширение и закрепление теоретических знаний по математике, полученных в ходе лекционных занятий;
- 2) формирование у студентов практических умений и навыков, необходимых для успешного решения задач по математике;
- 3) развитие у студентов потребности в самообразовании и совершенствовании знаний и умений в процессе изучения математики;
- 4) формирование творческого отношения и исследовательского подхода в процессе изучения математики.

В тестовые задания по дисциплине включены задания, направленные на формирование у студентов компетенций, необходимых для качественного освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования; программы подготовки квалифицированных рабочих, служащих; программы подготовки специалистов среднего звена.

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Содержание тестовых заданий соответствует государственному образовательному стандарту по дисциплине «Математика» по специальности 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства».

Критерии оценки выполненной работы:

Оценка «удовлетворительно» ставится, если тестируемый выполнил 70-80% тестовых заданий.

Оценка «хорошо» ставится, если тестируемый выполнил 80-90% тестовых заданий.

Оценка «отлично» ставится, если тестируемый выполнил более 90% тестовых заданий.

Тест по теме: «Теория вероятностей»

Задача 1.

На экзамене 40 вопросов, Коля не выучил 4 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

1	2	3	4
0,9	0,09	0,01	0,1

Ответ: 0,9.

Задача 2.

В фирме такси в данный момент свободно 35 машин: 11 красных, 17 фиолетовых и 7 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.

1	2	3	4
0,02	0,2	11/35	0,1

Ответ: 0,2.

Задача 3.

В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

1	2	3	4
0,71	0,07	3/7	7/3

Ответ: 0,07.

Задача 4.

В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

1	2	3	4
0,62	0,625	0,0625	0,6

Ответ: 0,0625.

Задача 5.

Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 75 докладов — в первый день 27 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

1	2	3	4
3/27	27/75	30/75	0,32

Ответ: 0,32.

Задача 6.

Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шашкистов, среди которых 3 участника из России, в том числе Василий Лукин. Найдите вероятность того, что в первом туре Василий Лукин будет играть с каким-либо шашкистом из России?

1	2	3	4
0,8	0,08	0,03	3/26

Ответ: 0,08.

Задача 7.

В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Китая окажется в первой группе?

1	2	3	4
0,5	16/20	0,2	0,1

Ответ: 0,2.

Задача 8.

На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет меньше 4?

1	2	3	4
---	---	---	---

1	0,9	0,01	0,4
---	-----	------	-----

Ответ: 0,4.

Промежуточный контроль успеваемости студентов

Пояснительная записка

Вопросы и практические задания для дифференцированного зачета разработаны на основании программы дисциплины «Математика» по специальности 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства и ориентируются на формирование у студентов компетенций, необходимых для качественного освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования; программы подготовки квалифицированных рабочих, служащих; программы подготовки специалистов среднего звена:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Выполнять регулировку узлов, систем и механизмов двигателя и приборов электрооборудования.

ПК 1.2. Подготавливать почвообрабатывающие машины.

ПК 1.3. Подготавливать посевные, посадочные машины и машины для ухода за посевами.

ПК 1.4. Подготавливать уборочные машины.

ПК 1.5. Подготавливать машины и оборудование для обслуживания животноводческих ферм, комплексов и птицефабрик.

ПК 1.6. Подготавливать рабочее и вспомогательное оборудование тракторов и автомобилей.

ПК 2.1. Определять рациональный состав агрегатов и их эксплуатационные показатели.

ПК 2.2. Комплектовать машинно-тракторный агрегат.

ПК 2.3. Проводить работы на машинно-тракторном агрегате.

ПК 2.4. Выполнять механизированные сельскохозяйственные работы.

ПК 3.1. Выполнять техническое обслуживание сельскохозяйственных машин и механизмов.

ПК 3.2. Проводить диагностирование неисправностей сельскохозяйственных машин и механизмов.

ПК 3.3. Осуществлять технологический процесс ремонта отдельных деталей и узлов машин и механизмов.

ПК 3.4. Обеспечивать режимы консервации и хранения сельскохозяйственной техники.

ПК 4.1. Участвовать в планировании основных показателей машинно-тракторного парка сельскохозяйственного предприятия.

ПК 4.2. Планировать выполнение работ исполнителями.

ПК 4.3. Организовывать работу трудового коллектива.

ПК 4.4. Контролировать ход и оценивать результаты выполнения работ исполнителями.

ПК 4.5. Вести утвержденную учетно-отчетную документацию.

При изучении дисциплины «Математика» следует постоянно обращать внимание на необходимость выполнения Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования, так как необходимые знания и умения могут быть использованы в будущей практической деятельности.

Дифференцированный зачет проводится с целью контроля знаний, умений и навыков студентов первого курса, полученных при изучении дисциплины.

Вопросы и задания составлены по материалам разделов:

1. Введение в анализ

2. Дискретная математика.

3. Теория вероятностей и математическая статистика.

В результате освоения дисциплины студент должен уметь:

- применять математические методы для решения профессиональных задач;
- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

В результате освоения учебной дисциплины студент должен знать:

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы;
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности
- основные понятия о математическом синтезе и анализе, дискретной математики, теории вероятности и математической статистики;
- основы интегрального и дифференциального исчисления.

Из предложенных студентам вопросов и заданий будут сформированы билеты, которые состоят из трех вопросов. Первые вопросы проверяют усвоение теоретических знаний, вторые и третьи проверяют у студентов умение применять знания при решении практических заданий по определенным темам. Рекомендуемое время для подготовки к ответу студента – 20–30 минут.

Критерии оценки:

Ответ оценивается отметкой «5», если:

ответ на теоретический вопрос полный и правильный, материал изложен в определенной логической последовательности, математическим языком, ответ самостоятельный, в решении практических заданий нет математических ошибок (возможны некоторые неточности, опiski, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Ответ оценивается отметкой «4», если:

ответ на теоретический вопрос полный, материал изложен в определенной логической последовательности, при этом допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя, при решении практических заданий допущены одна ошибка, или есть два – три недочёта.

Ответ оценивается отметкой «3», если:

ответ на теоретический вопрос полный, но при этом допущена существенная ошибка, или неполный, несвязный, в решении практических заданий допущено не более двух ошибок или более двух – трех недочетов, но студент обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Ответ оценивается отметкой «2», если:

при ответе на теоретический вопрос обнаружено непонимание студентами основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые студент не смог исправить при наводящих вопросах преподавателя, в решении практических заданий допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Преподаватель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии студента; за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные студенту дополнительно после выполнения им каких-либо других заданий.

Теоретические вопросы к дифференцированному зачету по математике.

1. Определение производной сложной функции. Формулы для вычисления производной сложной функции.
2. Определение предела функции в точке. Основная теорема о пределе функции.
3. Определение предела функции на бесконечности. Следствия из теоремы о пределе функции.
4. Определение и нахождение дифференциала функции. Дифференциал сложной функции.
5. Определение производной высшего порядка. Нахождение производных высшего порядка.
6. Понятие неопределённого интеграла. Основные свойства неопределённого интеграла.
7. Понятие неопределённого интеграла. Правило вычисления неопределённых интегралов методом подстановки.
8. Понятие определённого интеграла. Геометрический смысл определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Понятие определённого интеграла. Основные свойства определённого интеграла.
10. Основное правило для нахождения промежутков монотонности графика функции и экстремумов функции.
11. Основное правило для нахождения интервалов выпуклости графика функции и точек перегиба.
12. Определение дифференциального уравнения. Общее и частное решения дифференциального уравнения. Дифференциальное уравнение первого порядка.
13. Определение дифференциального уравнения. Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными.
14. Определение дифференциального уравнения. Дифференциальное уравнение второго порядка. Решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
15. Определение числового ряда. Геометрические и гармонические ряды. Сходящиеся и расходящиеся ряды.

16. Определение числового ряда. Сходящийся числовой ряд. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда.
17. Понятие множества, подмножества. Элементы множества. Пересечение, объединение, разность и дополнение множеств.
18. Определение случайной, дискретной и непрерывной величины. Задание закона распределения дискретной случайной величины.
19. Определение случайной дискретной величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Математическое ожидание дискретной случайной величины, его свойства.
20. Понятие о событии, виды событий. Вероятность события.
21. Основные понятия комбинаторики. Перестановки, размещения, сочетания, формулы для их вычислений.

Примерные варианты

Вариант № 1

Специальность: 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства»

Дисциплина: Математика

1. Определение дифференциального уравнения. Общее и частное решения дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Вычислите дифференциалы сложной функции:
1) $y = \cos 2x + 2$; 2) $y = (6x + 1)^4$.
3. Найдите интервалы монотонности функции $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$.

Вариант № 2

Специальность: 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства»

Дисциплина: Математика

1. Основное правило для нахождения промежутков монотонности и экстремумов функции.
2. Решите дифференциальное уравнение второго порядка $y'' + 4y' - 12y = 0$.
3. Вычислите интеграл методом подстановки $\int \frac{dx}{1 + 3x}$.

Вариант № 3

Специальность: 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства»

Дисциплина: Математика

1. Понятие определённого интеграла. Основные свойства определённого интеграла. Формула для вычисления определённого интеграла.
2. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 2x^2 + x}{3x^2 - 2x^3 + 6x - 1}$.
3. Найдите интервалы монотонности функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 2$.

Вариант № 4

Специальность: 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства»

Дисциплина: *Математика*

1. Определение производной сложной функции. Формулы для вычисления производной сложной функции.

2. Вычислите предел функции в точке $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$.

3. Исследуйте на выпуклость график функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$.

Вариант №5

Специальность: 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства»

Дисциплина: *Математика*

1. Определение дифференциального уравнения. Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными.

2. Исследуйте функцию на экстремум $f(x) = x^3 + 9x - 1$.

3. Вычислите предел функции в точке $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 8x + 7}{x - 1}$.

Вариант № 6

Специальность: 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства»

Дисциплина: *Математика*

1. Определение числового ряда. Геометрические и гармонические ряды. Сходящиеся и расходящиеся ряды.

2. Вычислите производную сложной функции $f(x) = \sqrt{2x - \lg x}$.

3. Решите дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами
 $y'' + 3y' - 4y = 0$.

Вариант № 7

Специальность: 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства»

Дисциплина: *Математика*

1. Понятие производной высшего порядка. Нахождение производных высшего порядка.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $f(x) = 3x - 1$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$.

3. Напишите четыре члена ряда по заданному общему члену и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости $a_n = \frac{2n^2 + 1}{3n^2 - 2}$.

Вариант № 8

Специальность: 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства»

Дисциплина: *Математика*

1. Определение и нахождение дифференциала функции. Дифференциал сложной функции.

2. Найдите математическое ожидание случайной величины X , зная закон её распределения

X	-1	0	1	2	3
p	0,2	0,1	0,25	0,15	0,3

3. Вычислите интеграл методом подстановки $\int \sin(4x + 3) \cos x dx$.

Вариант № 9

Специальность: 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства»

Дисциплина: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия

1. Определение дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $f(x)=-x^2-1$, $y=0$, $x=-1$, $x=2$.
3. Сколько различных трёхзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,5 при условии, что в каждом числе нет одинаковых цифр.