

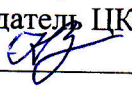
БПОУ ВО «Грязовецкий политехнический техникум»

УТВЕРЖДАЮ
Директор БПОУ ВО
«Грязовецкий
политехнический техникум»

А.С. Маслов
«28» августа 2017 г.

РАССМОТРЕНО

На заседании цикловой комиссии
общеобразовательных, общегуманитарных
и социально-экономических дисциплин
Протокол № 1
от «28» августа 2017 г.
Председатель ЦК


Е.В. Зиновьева

СОГЛАСОВАНО
Зам директора по ОМР

Е.А. Ткаченко
«28» августа 2017 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ УЧЕБНОЙ
ДИСЦИПЛИНЫ**

**ЕН.01 «Элементы высшей математики»
09.02.02. «Компьютерные сети»**

Грязовец
2017г.

1. Общие положения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики

ФОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме Экзамена

ФОС разработаны на основании положений:

основной профессиональной образовательной программы по

специальности СПО 09.02.02 Компьютерные сети программы учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики

ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ

ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ (по профессии, специальности)

В результате изучения обязательной части цикла обучающийся должен:

уметь:

1. выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
2. решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;
3. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
4. решать дифференциальные уравнения;
5. пользоваться понятиями теории комплексных чисел;

знать:

1. основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;

2. основы дифференциального и интегрального исчисления;
3. основы теории комплексных чисел

Общие компетенции.

- ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
- ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
- ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.
- ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
- ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
- ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
- ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.
- ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
- ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности

**ПАСПОРТ
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**
по учебной дисциплине
элементы высшей математики
09.02.02 Компьютерные сети

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Наименование темы	Уров ень освое ния темы	Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
			Наименование контрольно-оценочного средства	Ур ове нь тру дн ост и	Наименование контрольно- оценочного средства	Ур ове нь тр уд но сти
1	2	3	4	5	6	7
	Введение.					
	Раздел 1. Элементы Линейной алгебры.					
Знать: - определение матрицы, действия над матрицами и их свойства; - определение определителя, свойства определителей; - определение минора матрицы и алгебраического дополнения; - определение обратной матрицы; - определение ранга матрицы; - элементарные преобразования матриц.	Тема 1.1. Матрицы и определители.	2	Устный опрос по теме.	2		

Уметь: - выполнять операции над матрицами; - вычислять определители; - разлагать определитель по элементам любой строки и любого столбца; - находить обратную матрицу; - находить ранг матрицы.			Практическое занятие №1. Самостоятельная работа №1 по теме в 2-х вариантах.			
Знать: - определение системы линейных уравнений, однородных и неоднородных систем;	Тема 1.2. Системы линейных уравнений.	2	Устный опрос по теме.	2		
Уметь: - решать системы линейных уравнений по правилу Крамера и методу Гаусса.			Практическое занятие №2. Индивидуальная самостоятельная работа №2 по теме.	2		
	Раздел 2. Элементы аналитической геометрии.					
Знать: - определение вектора, определение координат вектора; - операции над векторами, свойства операций; - определение скалярного произведения векторов и его свойства;	Тема 2.1. Векторы. Операции над векторами.	2	Устный опрос по теме.	2		
Уметь: - находить координаты векторов; - вычислять модуль вектора и скалярное произведение векторов.			Самостоятельная работа №3 по теме в 4-х вариантах.	2		

Знать: - уравнения прямой на плоскости; - уравнения кривых 2-го порядка (окружности, эллипса, параболы, гиперболы);	Тема 2.2. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка.	2	Устный опрос.	2		
Уметь: - составлять уравнения прямых и кривых 2-го порядка; - находить углы между прямыми, расстояния от точки до прямой; - изображать прямые и кривые 2-го порядка.			Практическое занятие №3. Самостоятельная работа №4 по теме в 4-х вариантах.	2		
	Раздел 4. Основы теории комплексных чисел.	2				
Знать: - определение комплексного числа, геометрическое представление комплексных чисел; - алгебраическую форму комплексного числа.	Тема 4.1. Алгебраическая форма записи комплексных чисел.	2	Устный опрос по теме.	2		
Уметь: - выполнять действия над комплексными числами в алгебраической форме; - решать квадратные уравнения с отрицательным дискриминантом;			Самостоятельная работа №5 по теме из 8-ми вариантов.	2		
Знать: тригонометрическую и показательную формы записи комплексных чисел; формулу Эйлера; правила действий с комплексными числами в различной форме	Тема 4.2. Тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел.	2	Устный опрос по теме.	2		

записи						
Уметь: - выполнять действия над комплексными числами в разных формах; - переходить из одной формы представления комплексных чисел к другой			Проверочные задания из практического занятия №4 в 4-х вариантах.	2		
					Контрольная работа по темам 1.1 – 3.2.	
	РАЗДЕЛ 3. Основы математического анализа.					
Знать: - определение предела числовой последовательности и функции, свойства пределов, замечательные пределы; - определение функции, непрерывной в точке, её свойства;	Тема 3.1. Теория пределов. Непрерывность.	2	Устный опрос по теме.	2		

Уметь: - вычислять пределы последовательностей и функций; - раскрывать неопределенности; - классифицировать точки разрыва.			Проверочная работа в 2-х вариантах.	2		
Знать: - определение производной, её геометрический и физический смысл; - табличные производные, правила дифференцирования; - правило вычисления производной сложной функции; - определение дифференциала функции, его свойства; - определение производных и дифференциалов высших порядков; - определение экстремумов функции, выпуклости графика функции, точек перегиба, асимптот;	Тема 3.2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной.	2	Устный опрос по теме.	2		
Уметь: - вычислять производные сложных функций, производные и дифференциалы высших порядков; - раскрывать неопределенности с помощью правил Лопиталя; - находить экстремумы и точки перегиба функций; - проводить исследование функций с помощью производных и строить их			Проверочные задания из практического занятия №5 из 4-х вариантов. Проверочные задания из практического занятия №6 из 4-х вариантов. Расчетно-графическая работа в 4-х вариантах.	2		

графики.						
Знать: - определение неопределенного интеграла, его свойства, табличные интегралы; - формулы интегрирования при помощи замены переменной и по частям для неопределенного интеграла; - определение определенного интеграла, его свойства, основную формулу интегрального исчисления – формулу Ньютона- Лейбница; - формулы интегрирования при помощи замены переменной и по частям для определенного интеграла; - геометрический смысл определенного интеграла, приложения определенного интеграла в геометрии; - определение несобственного интеграла;	Тема 3.3. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной.	2	Устный опрос по теме.	2		

Уметь: - вычислять неопределенные и определенные интегралы методом замены переменной и по частям; - интегрировать рациональные, иррациональные и некоторые тригонометрические функции, применять универсальную подстановку; - применять определенный интеграл для решения геометрических задач; - вычислять несобственные интегралы.			Проверочные задания из практического занятия №7 в 4-х вариантах. Расчетно-графическая работа в 4-х вариантах.	2		
Знать: - определение обыкновенного дифференциального уравнения, общего и частного решения, геометрическое представление решений.	Тема 3.4. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	2	Устный опрос по теме.	2		
Уметь: - решать обыкновенные дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными, линейные однородные и линейные неоднородные; - решать линейные однородные и неоднородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и уравнения, допускающие понижения степеней.			Проверочные задания из практического занятия №8 в 2-х вариантах.	2		

Знать: - определение числового ряда, остатка ряда, свойства рядов; - признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак положительных рядов; - определение знакочередующихся рядов, признак Лейбница; - определение абсолютной и условной сходимости произвольных числовых рядов; - определение функциональных последовательностей и рядов , определение степенного ряда, радиуса и области сходимости; - определение ряда Тейлора, формулы разложения элементарных функций; - определение ряда Фурье.	Тема 3.5. Теория рядов.	2	Устный опрос по теме.	2		
Уметь: - исследовать на сходимость положительные ряды; - исследовать на абсолютную и условную сходимость числовые ряды; - вычислять радиус сходимости степенного ряда, исследовать поведение степенного ряда на концах интервала сходимости; - разлагать элементарные функции в ряд Тейлора.			Проверочные задания из практического занятия №9 в 4-х вариантах.	2		
	Раздел 3. Основы теории вероятностей и математической статистики.					

Знать: - определение вероятности; - определение случайной величины и её функции распределения, математического ожидания и дисперсии;	Тема 3.1. Основы теории вероятностей и математической статистики.	2	Устный опрос по теме.	2		
Уметь: - вычислять вероятности в простейших случаях; - составлять функцию распределения для дискретных величин, вычислять математическое ожидание и дисперсию; - проверять принадлежность величин к нормальному закону распределения; - определять смещенную и нормальную оценки.			Проверочные задания из практического занятия №10.	2		
	Раздел 6. Численные методы.					
Знать: - определение приближенного числа, погрешности.	Тема 6.1. Приближенные вычисления. Приближенное	2	Устный опрос по теме.	2		

Уметь: - вычислять погрешность результата действий над приближенными числами; - находить приближенное значение алгебраических и трансцендентных уравнений; - находить приближенное решение систем линейных уравнений; - составлять интерполяционные и экстраполяционные формулы; - находить значения интегралов численными методами; - находить решение обыкновенных дифференциальных уравнений численными методами.	вычисление определенных интегралов.		Проверочные задания из практического занятия №11.	2		
Уметь: находить решение обыкновенных дифференциальных уравнений численными методами. знать:	Тема 6.2. Приближенное решение дифференциальных уравнений.	2		2		
	ЗАЧЕТ.					

4.Кодификатор контрольных заданий

Функциональный признак оценочного средства (тип контрольного задания)	Метод/форма контроля	Код контрольного задания
Проектное задание	Учебный проект (курсовой, исследовательский, обучающий, сервисный, социальный творческий, рекламно-презентационный)	1
Реферативное задание	Реферат	2
Расчетная задача	Контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа, практические занятия, письменный экзамен	3
Поисковая задача	Контрольная работа, индивидуальное домашнее задание	4
Аналитическая задача	Контрольная работа, индивидуальное домашнее задание	5
Графическая задача	Контрольная работа, индивидуальное домашнее задание	6
Задача на программирование	Контрольная работа, Индивидуальное домашнее задание	7
Тест, тестовое задание	Тестирование, письменный экзамен	8
Практическое задание	Лабораторная работа, практические занятия, практический экзамен	9
Экзаменационное задание	Письменный/устный экзамен	10
Ролевое задание	Деловая игра	11
Исследовательское задание	Исследовательская работа	12
Доклад, сообщение		13
Задание на ВКР дипломный	Выпускная квалификационная работа	14

проект	СПО	
Задание на ВКР дипломная работа	Выпускная квалификационная работа СПО	15

4. Распределение типов контрольных заданий по элементам знаний и умений.

Содержание учебного материала	Тип контрольного задания								количество			
	у1	у2	у3	у4	у5	31	32	33	3	5	9	
по программе УД												
Тема 1.1. Определители .Матрицы.	9					3\5			1	1	1	
Тема 1.2. Системы линейных уравнений.	9					3\5			1	1	1	
Тема 2.1 Векторы. Операции над векторами		9				3\5			1	1	1	
Тема 2.2. Кривые второго порядка. Понятия линий.		9				3\5			1	1	1	
Тема 3.1. Теория пределов и непрерывность			9				3\5		1	1	1	
Тема 3.2. Формулы и правила дифференцирования.			9				3\5		1	1	1	

Тема 3.3. Неопределенный интеграл.			9				35		1	1	1	
Тема 3.4. Определенный интеграл			9				35		1	1	1	
Тема 3.5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных			9				35		1	1	1	
Тема 3.6. Интегральное исчисление функций нескольких переменных			9				35		1	1	1	
Тема 3.7. Ряды.			9				35		1	1	1	
Тема 3.8. Дифференциальные уравнения.				9			35		1	1	1	
Тема 4.1 Действия над комплексными числами.					9			35	1	1	1	
									13	13	13	

Содержание учебного материала	Тип контрольного задания								количество			
	У1	У2	У3	У4	У5	З1	З2	З3	10			
по программе УД												
Тема 1.1. Определители .Матрицы.	10					10			2			
Тема 1.2. Системы линейных уравнений.	10					10			2			
Тема 2.1 Векторы. Операции над векторами		10				10			2			
Тема 2.2. Кривые второго порядка. Понятия линий.		10				10			2			
Тема 3.1. Теория пределов и непрерывность			10				10		2			
Тема 3.2. Формулы и правила дифференцирования.			10				10		2			
Тема 3.3.Неопределенный интеграл.			10				10		2			
Тема 3.4. Определенный интеграл			10				10		2			

Тема 3.5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных			10				10		2			
Тема 3.6. Интегральное исчисление функций нескольких переменных			10				10		2			
Тема 3.7. Ряды.			10				10		2			
Тема 3.8. Дифференциальные уравнения.				10			10		2			
Тема 4.1 Действия над комплексными числами.					10			10	2			
									26			

Код контрольного задания	Тип контрольного задания	Количество контрольных заданий	Время выполнения контрольного задания, час	Общее время выполнения контрольных заданий, час
3	Расчетная задача	13	1	13
5	Аналитическая задача	13	1	13
9	Практическое задание	13	1	13
10	Экзаменационное задание	26	0,5	13
Итого:				52

2. Состав ФОС
для текущего контроля знаний, умений обучающихся
по учебной дисциплине/ разделам и темам

№ п/п	Наименование КОС	Материалы для представления в ФОС
Раздел1. Линейная алгебра.		
Тема 1.1. <i>Матрицы и определители.</i>		
1	Вопросы для устного опроса по теме.	Перечень вопросов по теме.
2	Практическое занятие №1.	Задания для выполнения.
3	Самостоятельная работа №1 по теме.	Комплект заданий в 2-х вариантах.
Тема 1.2. <i>Системы линейных уравнений.</i>		
4	Вопросы для устного опроса по теме.	Перечень вопросов по теме.
5	Практическое занятие №2.	Задания для выполнения.
6	Индивидуальная самостоятельная работа №2 по теме .	Комплект заданий из 11-ти вариантов.
Раздел 2. Элементы аналитической геометрии.		
Тема 2.1. <i>Векторы. Операции над векторами.</i>		
7	Вопросы для устного опроса по теме.	Перечень вопросов по теме.
8	Самостоятельная работа №3 по теме.	Комплект заданий в 4-х вариантах.
Тема 2.2. <i>Прямая на плоскости. Кривые второго порядка.</i>		
9	Вопросы для устного опроса по теме.	Перечень вопросов по теме.
10	Практическое занятие №3.	Задания для выполнения.
11	Самостоятельная работа №4 по теме.	Комплект заданий в 4-х вариантах.
Раздел 3. Основы теории комплексных чисел.		
Тема 3.1. Алгебраическая форма записи комплексных чисел.		
12	Вопросы для устного опроса по теме.	Перечень вопросов по теме.
13	Самостоятельная работа №5 по теме.	Комплект заданий в 10-ти вариантах.
Тема 3.2. <i>Тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел.</i>		
14	Вопросы для устного опроса по теме.	Перечень вопросов по теме.
15	Проверочные задания из практического занятия №4.	Комплект заданий в 4-х вариантах.
РАЗДЕЛ 4. Основы математического анализа.		
Тема 4.1. Теория пределов. Непрерывность.		
16	Устный опрос по теме.	Перечень вопросов по теме.
17	Проверочная работа.	Комплект заданий в 2-х вариантах.
18	Контрольная работа по темам 1.1 – 3.2.	Комплект заданий в 4-х вариантах.
Тема 4.2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной.		

19	Устный опрос по теме.	Перечень вопросов по теме.
20	Проверочные задания из практического занятия №5.	Комплект заданий в 4-х вариантах.
21	Проверочные задания из практического занятия №6	Комплект заданий в 4-х вариантах.
22	Расчетно-графическая работа.	Комплект заданий в 4-х вариантах.
Тема 4.3. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной.		
23	Устный опрос по теме.	Перечень вопросов по теме.
24	Проверочные задания из практического занятия №7.	Комплект заданий в 4-х вариантах
25	Расчетно-графическая работа.	Комплект заданий в 4-х вариантах.
Тема 4.4. <i>Обыкновенные дифференциальные уравнения.</i>		
26	Устный опрос по теме.	Перечень вопросов по теме.
27	Проверочные задания из практического занятия №8.	Комплект заданий в 2-х вариантах.
Тема 4.5. Теория рядов.		
28	Устный опрос по теме.	Перечень вопросов по теме.
29	Проверочные задания из практического занятия №9.	Комплект заданий в 4-х вариантах.
Раздел 5. Основы теории вероятностей и математической статистики.		
Тема 5.1. Основы теории вероятностей и математической статистики.		
30	Устный опрос по теме.	Перечень вопросов по теме.
31	Проверочные задания из практического занятия №10.	Комплект заданий в 4-х вариантах.
Раздел 6. Численные методы.		
Тема 6.1. <i>Приближенные вычисления.</i> <i>Приближенное вычисление определенных интегралов.</i>		
32	Устный опрос по теме.	Перечень вопросов по теме.
33	Проверочные задания из практического занятия №11.	
Тема 6.2. <i>Приближенное решение дифференциальных уравнений</i>		
34	Устный опрос по теме.	Перечень вопросов по теме.
Зачет.		
35	Вопросы для устного зачета по учебной дисциплине	Перечень вопросов по учебной дисциплине

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.

Раздел 1. Линейная алгебра.

Тема 1.1.

Матрицы и определители.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Что называется матрицей?
2. Что называется матрицей-строкой, матрицей столбцом?
3. Какие матрицы называются прямоугольными, квадратными?
4. Какие матрицы называются равными?
5. Что называется главной диагональю матрицы?
6. Какая матрица называется диагональной?
7. Какая матрица называется единичной?
8. Какая матрица называется треугольной?
9. Что значит транспонировать матрицу?
10. Что называется суммой матриц?
11. Что называется произведением матрицы на число?
12. Как найти произведение двух матриц?
13. В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц?
14. Что называется определителем матрицы?
15. Как вычислить определитель третьего порядка по схеме треугольников?
16. Что называется минором?
17. Что называется алгебраическим дополнением элемента определителя?
18. Как разложить определитель по элементам столбца или строки?
19. Перечислите свойства определителя.
20. Какая матрица называется невырожденной?
21. Какая матрица называется обратной по отношению к данной?
22. Каков алгоритм нахождения обратной матрицы?

Практическое занятие №1.

Операции над матрицами. Вычисление определителей.

Задания для совместной работы.

1. Найдите матрицу $C = A + B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.
2. Найдите матрицу $C = A + B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -7 & 4 \\ 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Вычислите: $2A + 3B - C$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 8 & -8 \end{pmatrix}$.
4. Произведите умножение двух матриц а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.
5. Вычислите определитель второго порядка $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$.

6. Вычислите определитель третьего порядка .

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 6 & 3 \end{vmatrix}$$

7. Запишите все миноры определителя $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$.

8. Найдите алгебраические дополнения A_{13} , A_{21} , A_{31} для определителя $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$.

9. Разложите определитель по:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 5 \\ 0 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

а) элементам первой строки;

б) элементам второго столбца.

10. Найдите обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 6 & 0 & 7 \end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа №1 по теме 1.1.

Вариант 1.

1. Найдите матрицу $C = A^2 + 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$.

2. Найдите: $A \square B - B \square A$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Вычислите: $3A \square 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Найдите обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$.

Вариант 2.

1. Найдите матрицу $C = A^2 + 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Найдите: $A \square B - B \square A$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Вычислите: $3A \square 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Найдите обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 3 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$.

Тема 1.2.

Системы линейных уравнений.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Сформулируйте теорему Крамера.
2. Запишите формулы Крамера.
3. В чем заключается метод Гаусса.

Практическое занятие №2. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.

Задания для совместной работы.

1. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

$$\text{а) } \begin{cases} 5x + 3y = 12, \\ 2x - y = 7. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x + 3y = 7, \\ 4x - 5y = 2. \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ 5x - 2y - 2z = 3, \\ x + y - z = -2. \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x - y + z = 6, \\ x - 2y + z = 9, \\ x - 4y - 2z = 3. \end{cases}$$

2. Решите систему 4-х линейных уравнений с четырьмя неизвестными методом Крамера

$$\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 3; \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 2x_4 = -1; \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 1; \\ 5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$

3. Используя метод Гаусса решите систему линейных уравнений

$$\text{а) } \begin{cases} 3x + 2y - z = 4, \\ 2x - y + 3z = 9, \\ x - 2y + 2z = 3. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 7. \end{cases}$$

Индивидуальная самостоятельная работа №2 по теме 1.2.

Вариант – 1.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 2z = 8 \\ y - 3z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$

Вариант –2.

$$\begin{cases} x - y + 4z = 0; \\ x + y - 2z = 6 \\ y + z = 7 \end{cases}$$

Вариант –3.

$$\begin{cases} 2x + y - z = 9; \\ x - y + 3z = -1 \\ y - 2z = 4 \end{cases}$$

Вариант –4.

$$\begin{cases} x + 2y - 5z = 9; \\ 3x - y = 2z = 2 \\ y - 5z = 1 \end{cases}$$

Вариант –5.

$$\begin{cases} 5x - 2y + 3z = 1; \\ x + y - 5z = 3 \\ 6x - 2y = 0 \end{cases}$$

Вариант –6.

$$\begin{cases} x + y - 3z = 5; \\ x - 2z = 0 \\ x + 2y - 6z = 8 \end{cases}$$

Вариант –7.

$$\begin{cases} y - 3z = 3 \\ 2x + y - 2z = 8 \\ x + y - 4z = 4 \end{cases};$$

Вариант –8.

$$\begin{cases} 2x + 3z = 7 \\ x - y + z = -3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases};$$

Вариант –9.

$$\begin{cases} 3x - y + z = 1 \\ x + y - 2z = 6 \\ y + 2z = 8 \end{cases};$$

Вариант –10.

$$\begin{cases} x = y + 5z = 1 \\ 2x + y - 3z = 7 \\ y - 3z = 3 \end{cases};$$

Вариант –11.

$$\begin{cases} 3x - y + 3z = 3 \\ x + 2y - 4z = 10 \\ y - z = 5 \end{cases};$$

Раздел 2. Элементы аналитической геометрии.

Тема 2.1.**Векторы. Операции над векторами.****Вопросы для устного опроса по теме.**

1. Что называется вектором?
2. Что называется длиной вектора?
3. Какие векторы называются равными?
4. Как сложить два вектора?
5. Как найти разность двух векторов?
6. Как умножить вектор на число?
7. Какие векторы называются коллинеарными?
8. Как разложить вектор в декартовой системе координат?
9. Что называется базисом?
10. Что называется координатами вектора?
11. Как найти координаты вектора, заданного двумя точками?
12. Как найти длину вектора, заданного двумя точками?
13. Как вычисляется длина вектора, заданного своими координатами?
14. Как выполняется сложение и вычитание векторов, заданных своими координатами?
15. Как умножить вектор, заданный своими координатами, на число?
16. Каким свойством обладают координаты коллинеарных векторов?
17. Запишите формулы деления отрезка в данном отношении.
18. Запишите формулы деления отрезка на две равные части.
19. Что называется скалярным произведением векторов?
20. Как вычисляется скалярное произведение векторов, заданных своими координатами?
21. Каким свойством обладает скалярное произведение векторов?
22. Чему равно скалярное произведение двух перпендикулярных векторов?
23. Чему равно скалярное произведение коллинеарных векторов?

Самостоятельная работа №3 по теме 2.1.

Вариант -1.

- Даны векторы: $\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$. Найдите $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.
- Даны векторы: $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{p}$, заданного своим разложением $\vec{p} = 2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} - \vec{c}$.
- Найдите значения m и n , при которых векторы $\vec{a} = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ и $\vec{b} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- Найдите: а) координаты вектора $\overrightarrow{AB}$,
б) координаты точки С, которая является серединой отрезка АВ, если А(5; -1; 3), В(2;-2; 4).
- Даны векторы $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ и $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$. Найдите: а) $|\vec{b} - \vec{c}|$, б) $\vec{b} \perp \vec{c}$.

Вариант -2.

- Даны векторы: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$. Найдите $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.
- Даны векторы: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
Найдите координаты вектора $\vec{p}$, заданного своим разложением $\vec{p} = 2\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} - \vec{c}$.
- Найдите значения m и n , при которых векторы $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ m \end{pmatrix}$ и $\vec{b} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \end{pmatrix}$.
- Найдите: а) координаты вектора $\overrightarrow{CD}$, б) координаты точки А, которая является серединой отрезка CD, если С(6; 3; - 2), D(2; 4; 5).
- Даны векторы $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ и $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$. Найдите: а) $|\vec{a} - 2\vec{b}|$, б) $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Вариант -3.

- Даны векторы: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Найдите $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.
- Даны векторы: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{p}$, заданного своим разложением $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$.

- Найдите значения m и n , при которых векторы $\vec{a}\{1;n;3\}$ и $\vec{b}\{m;2;1\}$.
- Найдите: а) координаты вектора $\vec{AB}$, б) координаты точки С, которая является серединой отрезка АВ, если $A(3; -2; 0)$, $B(1; 2; -1)$.
- Даны векторы $\vec{a}\{4;-1;2\}$ и $\vec{c}\{2;5;-3\}$. Найдите: а) $|\vec{a}-\vec{c}|$, б) $\vec{b} \perp \vec{c}$.

Вариант -4.

- Даны векторы: $\vec{a}\{6;-4;0\}$, $\vec{b}\{2;-1;-2\}$. Найдите $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$.
- Даны векторы: $\vec{a}\{3;-1;6\}$, $\vec{b}\{2;3;0\}$, $\vec{c}\{-2;-\frac{1}{2}\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p}$, заданного своим разложением $\vec{p} = \frac{-1}{3}\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$.
- Найдите значения m и n , при которых векторы $\vec{a}\{1;3;18\}$ и $\vec{b}\{2;m;6\}$.
- Найдите: а) координаты вектора $\vec{CD}$, б) координаты точки А, которая является серединой отрезка CD, если $C(9; -2; 3)$, $D(-5; -1; 6)$.
- Даны векторы $\vec{a}\{3;-2;1\}$ и $\vec{b}\{1;-4;2\}$. Найдите: а) $|\vec{a}-2\vec{b}|$, б) $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Тема 2.2.

Прямая на плоскости. Кривые второго порядка.

Вопросы для устного опроса по теме.

- Что называется уравнением прямой?
- Каким уравнением описывается прямая на плоскости?
- Как записывается каноническое уравнение прямой?
- Запишите уравнения осей координат.
- Запишите уравнения прямых, параллельных осям координат.
- Сформулируйте правило составления уравнения прямой на плоскости.
- Запишите уравнение прямой с угловым коэффициентом.
- Сформулируйте условие параллельности прямых.
- Сформулируйте условие перпендикулярности прямых.
- Как найти угол между прямыми?
- Каким уравнением описывается кривая на плоскости?
- Запишите каноническое уравнение эллипса.
- Что называется эксцентриситетом эллипса? Какова его величина?
- Чему равен эксцентриситет окружности?
- Запишите каноническое уравнение гиперболы.
- Запишите уравнение равносторонней гиперболы.
- Запишите каноническое уравнение параболы, директрисы параболы.

Практическое занятие 3.

Составление уравнений прямых и кривых 2-го порядка, их построение.

Задания для совместной работы.

1. Проверьте принадлежат ли точки $A(3; 14)$, $B(4; 13)$, $C(-3; 0)$, $D(0; 5)$ прямой $7x - 3y + 21 = 0$.
2. Постройте прямые: 1) $x = 5$; $x = -3$, $x = 0$; 2) $y = 4$, $y = -2$, $y = 0$.
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; -4)$ и перпендикулярной вектору $\vec{n} = (4; 2)$.
4. Вычислите длину отрезка прямой $3x + 4y - 24 = 0$, заключенного между осями координат.
5. На прямой $2x + y - 6 = 0$ найдите точку M , равноудаленную от точек $A(3; 5)$ и $B(2; 6)$.
6. Вычислите углы наклона к оси Ox для прямых: 1) $y = x$; 2) $y = -x$.
7. Составьте уравнение прямой, проходящей через начало координат, если её угловой коэффициент: 1) $k = 6$; 2) $k = -2$.
8. Найдите острый угол между прямыми $5x - 2y - 16 = 0$ и $3x + 4y - 12 = 0$.
9. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(-2; -4)$ параллельно прямой $2x - 3y + 16 = 0$.
10. Проверьте, перпендикулярны ли следующие прямые:
1) $3x - 4y + 12 = 0$ и $4x + 3y - 6 = 0$;
2) $4x + 4y - 8 = 0$ и $3x - 2y + 4 = 0$.
11. Составьте уравнение окружности, проходящей через точки $A(3; 1)$, $B(-2; 6)$, $C(-5; -2)$.
12. Составьте уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках $B_1(-8; 0)$ и $B_2(8; 0)$, а фокусы - в точках $F_1(0; -6)$ и $F_2(0; 6)$.
13. Составьте уравнение гиперболы, если её вершины находятся в точках $A_1(-3; 0)$ и $A_2(3; 0)$, фокусы - в точках $F_1(-5; 0)$ и $F_2(5; 0)$.
14. Составьте уравнение параболы с вершиной в начале координат, если её директрисой служит прямая $x = -3$.

Самостоятельная работа №4 по теме 2.2.

Вариант – 1.

1. В треугольнике ABC BM – медиана, $A(-1; 2; 2)$, $B(2; -2; -1)$.
Найти: а) координаты точки C ; б) длину стороны BC .
2. Вычислить угол между прямыми AB и CD , если $A(\sqrt{3}; 1; 0)$, $B(0; 0; 2\sqrt{2})$, $C(0; 2; 0)$, $D(\sqrt{3}; 1; 2\sqrt{2})$.
3. Составьте уравнение окружности с центром в точке $(-3; 0)$ и проходящей через точку $(2; 4)$.
4. Составьте уравнение гиперболы, если её вершины находятся в точках $(-3; 0)$ и $(3; 0)$, а фокусы - в точках $(-3\sqrt{5}; 0)$ и $(3\sqrt{5}; 0)$.
5. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2; 3; 4)$ и параллельной плоскости $x + 2y - 3z + 4 = 0$.

Вариант – 2.

1. В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O, A(1; 3; -1), B(-2; 1; 0), O(0; 1,5; 0). Найдите: а) координаты точки C; б) длину стороны BC.
2. Вычислить угол между прямыми AB и CD, если A(6; -4; 8), B(8; -2; 4), C(12; -6; 4), D(14; -6; 2).
3. Составьте уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках (0; -8) и (0; 8), а фокусы - в точках (-5; 0) и (5; 0).
4. Составьте уравнение гиперболы с фокусами на оси OX, если её действительная ось равна 26, а мнимая ось равна 42.
5. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку M(2; 1; 3) и параллельной

вектору $\vec{k} \{2; 2; 1\}$

Вариант – 3.

1. В треугольнике ABC BM – медиана, A(-2; 4; 4), B(4; -4; -12), M(2; 2; -2). Найти: а) координаты точки C; б) длину стороны BC.
2. Вычислить угол между прямыми BA и BC, если A(-1; 4; 1), B(3; 4; -2), C(5; 2; -1).
3. Составьте уравнение окружности с центром в точке (5; -7) и проходящей через точку (2; -3).
4. Составьте уравнение гиперболы, если её вершины находятся в точках (-3; 0) и (3; 0), а фокусы – в точках (-5; 0) и (5; 0).
5. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку M(2; 2; -2) и параллельной плоскости $x + 2y - 3z = 0$.

Вариант – 4.

1. В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O, A(2; 6; -2), B(-4; 2; 0), O(0; 3; 0). Найдите: а) координаты точки C; б) длину стороны BC.
2. Вычислить угол между прямыми AB и CD, если A(3; -2; 4), B(4; -1; 2), C(16; -3; 2), D(17; -3; 1).
3. Составьте уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках (0; -6) и (0; 6), а фокусы - в точках (-3; 0) и (3; 0).
4. Составьте уравнение гиперболы с фокусами на оси OX, если её действительная ось равна 24, а мнимая ось равна 40.
5. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку M(3; 2; 1) и параллельной

вектору $\vec{k} \{2; 3; 1\}$

Раздел 3. Основы теории комплексных чисел.

Тема 3.1. Алгебраическая форма записи комплексных чисел.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Дайте определение мнимой единицы.
2. Как вычисляют степени мнимой единицы?
3. Какое число называется комплексным?
4. Какие комплексные числа называются чисто мнимыми? Приведите примеры комплексных чисел, чисто мнимых чисел.
5. Какие комплексные числа называются равными?
6. Какие комплексные числа называются сопряженными?
7. Как выполняются сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме?
8. Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме?
9. Как геометрически изображаются комплексные числа?
10. Что называется модулем и аргументом комплексного числа?

11. Напишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.
12. Какие корни и сколько корней имеет квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом?
13. Как решить квадратное уравнение, если дискриминант его отрицателен?

Самостоятельная работа №5 по теме 3.1.

Вариант – 1.

1. Вычислите: $i^{43} + i^{48} + i^{44} + i^{45}$.

$$\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

2. Выполните действия: а) $(5 - 4i) \square (3 + 2i)$; б) _____.

3. Решите уравнение $x^2 + 4x + 53 = 0$.

4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если

$$z_1 = 1 + i \text{ и } z_2 = -2 + 2i\sqrt{3}.$$

Вариант – 2.

1. Вычислите: $i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{51}$.

2. Выполните действия: а) $2i(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}) \square (-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$; б) $\frac{1-i}{1+i}$.

3. Решите уравнение $x^2 - 6x + 13 = 0$.

4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если

$$z_1 = 5 \text{ и } z_2 = \sqrt{3} - i.$$

Вариант – 3.

1. Вычислите: $i^{15} + i^{24} - i^{49} - i^{37} - i^{51}$.

2. Выполните действия: а) $(3 + i) + (-3 - 8i)$; б) $\frac{(2-3i)^2}{-i+5}$.

3. Решите уравнение $x^2 + 25 = 0$.

4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если

$$z_1 = \sqrt{3} + i \text{ и } z_2 = 5.$$

Вариант – 4.

1. Вычислите: $(i^{13} + i^{17}) \square 2i - (i^4 + i^{24}) \cdot i^6$.
2. Выполните действия: а) $(3 - 5i) \square (2 - 3i)$; б) $\frac{1-3i}{i-2} + \frac{4+i}{3-i}$.
3. Решите уравнение $36z^2 + 36z + 13 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если

$$z_1 = -3 + 3i \text{ и } z_2 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{6}.$$

Вариант – 5.

1. Вычислите: $i^2 \cdot i^3 \cdot i^4$.
2. Выполните действия: а) $(0,2 + 0,1i) + (0,8 - 1,1i)$; б) $\frac{1}{1+i}$.
3. Решите уравнение $x^2 - 2x + 5 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если

$$z_1 = 1 - i \text{ и } z_2 = 3i.$$

Вариант – 6.

1. Вычислите: $i^1 + i^{11} + i^{21} + i^{31} + i^{41}$.
2. Выполните действия: а) $(\frac{3}{4} - i\frac{5}{4}) \cdot (\frac{1}{2} - i\frac{1}{4}) - (\frac{3}{5} + i\frac{2}{3}) + i$; б) $\frac{1+i}{1-i}$.
3. Решите уравнение $x^2 + 3x + 4 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если

$$z_1 = 6i \text{ и } z_2 = 1 - i\sqrt{3}.$$

Вариант – 7.

1. Вычислите: $i^1 \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot i^4 \cdot i^5$.

2. Выполните действия: а) $(\sqrt[3]{b}) \frac{3-2i}{1+3i}$.
3. Решите уравнение $x^2 - 10x + 34 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если
 $z_1 = 2 - 2i \sqrt[3]{3}$ и $z_2 = 6i$.

Вариант – 8.

1. Вычислите: $\frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^7}$.
2. Выполните действия: а) $(5 + 3i) \square (5 - 2i)$; б) $\frac{-1+i\sqrt[3]{3}}{-\sqrt[3]{1+i}}$.
3. Решите уравнение $4x^2 - 20x + 26 = 0$.
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел z_1 и z_2 , если
 $z_1 = -3\sqrt[3]{3} + 3i$ и $z_2 = -2 - 2i$.

Тема 3.2.

Тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Как записывается комплексное число в тригонометрической форме?
Как записывается комплексное число в показательной форме? Формула Эйлера.
2. Сформулируйте правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической и обратно.
3. Сформулируйте правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к показательной и обратно.
4. Как перейти от тригонометрической формы комплексного числа к показательной и обратно.
5. Как умножаются комплексные числа, записанные в тригонометрической форме.
6. Как умножаются комплексные числа, записанные в показательной форме?
7. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в тригонометрической форме.
8. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в показательной форме.
9. Как возвести в степень комплексное число, записанное в тригонометрической форме.
10. Как возвести в степень комплексное число, записанное в показательной форме?
11. Сформулируйте правило извлечения корня n –й степени из комплексного числа, записанного в тригонометрической форме.
12. Сформулируйте правило извлечения корня n –й степени из комплексного числа, записанного в показательной форме.
13. Сколько значений имеет корень n-й степени из комплексного числа?

Проверочные задания из практического занятия №4.

Вариант – 1.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:

а) $z = 5i$;

б) $z = 1 + i$;

2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:

а) $z = 3 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$;

б) $z = 5 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$.

3. Даны комплексные числа $z_1 = 3 \left(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ \right)$ и $z_2 = 2 \left(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ \right)$.

Найти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$; в) $z_1^4 \cdot z_2^3$.

Вариант – 2.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:

а) $z = -6$;

б) $z = 1 - i$;

2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:

а) $z = 2,5 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right)$;

б) $z = 8 \left(\cos \frac{15\pi}{4} + i \sin \frac{15\pi}{4} \right)$.

3. Даны комплексные числа $z_1 = 3 \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$ и $z_2 = 5 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$.

Найти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$; в) $z_1^4 \cdot z_2^3$.

Вариант – 3.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:

а) $z = 2 - 2i$;

б) $z = 3$.

2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:

а) $z = 10 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$;

б) $z = 8 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$.

3. Даны комплексные числа $z_1 = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$ и $z_2 = 5 \left(\cos \pi + i \sin \pi \right)$.

Найти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$; в) $z_1^4 \cdot z_2^3$.

Вариант – 4.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:

а) $z = -2i$;

б) $z = \sqrt{3} + i$;

2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:

а) $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$;

б) $z = i \left(\cos \pi + i \sin \pi \right)$;

3. Даны комплексные числа $z_1 = 4 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ и $z_2 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$.

Найти: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$; в) $z_1^4 \cdot z_2^3$.

Контрольная работа по темам 1.1 – 3.2.

Вариант – 1.

1. Найдите матрицу $C = A^2 + 3B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ 6x - 2y - 2z = 3, \\ x + y - z = -2. \end{cases}$$

3. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}(3; -1; 2)$ и $\vec{b}(4; 2; -3)$.

4. Выполните действия и найдите модуль комплексного числа

$$\frac{1 - 2i}{1 + i}.$$

5. Представьте в показательной и тригонометрической форме комплексное число

$$z = \sqrt[3]{2} - i.$$

Вариант – 2.

1. Найдите матрицу $C = A^2 - 2B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y + z = 6, \\ x - 2y + z = 9, \\ x - 4y - 2z = 3. \end{cases}$$

3. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ и $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.
4. Выполните действия и найдите модуль комплексного числа $(-2-i)(1+i)$.
5. Представьте в алгебраической и показательной форме комплексное число $Z = 2 \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$.

Вариант – 3.

1. Найдите матрицу $C = 4A - B^2$, если $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.
2. Решите систему уравнений $\begin{cases} x+2y-z=1, \\ 6x+3y-2z=2, \\ 8x+2y-3z=0. \end{cases}$
3. Найдите угол между векторами $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ и $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$.
4. Вычислите $i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{36} + i^{54}$.
5. Найдите произведение комплексных чисел Z_1 и Z_2 в тригонометрической форме и представьте полученное число в алгебраической форме $Z_1 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$, $Z_2 = 3 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$.

Вариант – 4.

1. Найдите матрицу $C = 3A - B^2$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.
2. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x+y+3z=2, \\ 6x-2y+2z=1, \\ 2x+2y+3z=1. \end{cases}$
3. Даны векторы $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ и $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$. Найдите угол между ними.
4. Вычислите $\frac{1}{i^{13}} + \frac{1}{i^{23}} + \frac{i}{i^{33}}$.
5. Вычислите с помощью формулы Муавра и запишите полученное число в алгебраической форме $Z = 2 \left(\cos \frac{\pi}{24} + i \sin \frac{\pi}{24} \right)$.

Тема 4.1.

Теория пределов. Непрерывность.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Дайте определение предела в точке.
2. Объясните раскрытие неопределенности $\frac{0}{0}$.
3. Дайте определение предела функции на бесконечности. Объясните основной метод раскрытия неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$.
4. Сформулируйте теоремы о пределах.
5. Сформулируйте и напишите первый и второй замечательные пределы.

Проверочная работа.

Вариант – 1.

Вычислите пределы.

1. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 17x + 10}{3x^2 - 16x + 5};$

2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5-x}{3-\sqrt{x-1}};$

3. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{\sqrt[3]{x^2}-1}{3x^2};$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 + x + 1}{3x^3 + x^2 + 1};$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x.$

Вариант – 2.

Вычислите пределы.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 2x - 1};$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}};$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{x^2}}{x^2};$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^4 - x^3 + 2x}{x^4 - 8x^3 + 1};$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x.$

Тема 4.2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Что называется приращением независимой переменной и приращением функции?
2. Дайте определение непрерывной функции. Какими свойствами на отрезке она обладает?

3. Что характеризует скорость изменения функции относительно изменения аргумента? Дайте определение производной.
4. Какая функция называется дифференцируемой в точке и на отрезке? Сформулируйте зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
5. Из каких операций складывается общее правило нахождения производной данной функции? Как вычислить частное значение производной?
6. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
7. Выпишите в таблицу основные правила и формулы дифференцирования функций.
8. Повторите определение сложной функции. Как найти ее производную?
9. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
10. В чем заключается механический смысл производной?
11. Что называется производной второго порядка и, каков ее механический смысл?
12. Что называется дифференциалом функции, чему он равен, как обозначается и каков его геометрический смысл?
13. Повторите определения возрастающей и убывающей функций. В чем заключается признак возрастания и убывания функций?
14. В чем заключаются необходимый и достаточный признаки существования экстремума? Перечислите порядок операций для отыскания максимума и минимума функции с помощью первой производной.
15. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?
16. Как пишется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?
17. Как определяются геометрически и по знаку второй производной выпуклость и вогнутость кривой?
18. Что называется точкой перегиба и каковы необходимый и достаточный признаки ее существования? Сформулируйте правило нахождения точки перегиба.
19. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

Проверочные задания из практического занятия №5.

Вариант – 1.

1. Найдите производную следующих функций:

а) $y = \sqrt[3]{x^2 + 4x + 1}$;

б) $y = \frac{6}{x} + 2\sqrt{x}$;

в) $y = \frac{x^6 - 4x + 1}{x}$;

г) $y = \frac{3x - 4}{3}$;

д) $y = \frac{3x - 4}{7 - 2x}$;

е) $y = 3 \sin 2x$;

ж) $y = \sqrt[3]{x^2 - 4x}$;

$$3) y = \ln(3x^2 - 2x + 5)$$

2. Найдите производную второго порядка заданных функций:

$$a) y = x^3;$$

$$б) y = \cos^2 x;$$

$$в) y = \ln(3x^2 - 2x + 5)$$

Вариант – 2.

1. Найдите производную следующих функций:

$$a) y = x^6 \cdot 3x + 8;$$

$$б) y = 4\sqrt[4]{x} - \frac{2}{x};$$

$$в) y = \frac{x^5 - 3x^2 + 2}{x};$$

$$г) y = \frac{8 - 6x}{5};$$

$$д) y = \frac{5x + 2}{x - 3};$$

$$е) y = 5\cos 3x;$$

$$ж) y = \sqrt[4]{x - x^2};$$

$$з) y = \ln(3x^2 - 2x + 5)$$

2. Найдите производную второго порядка заданных функций:

$$a) y = \sin x;$$

$$б) y = \frac{x+2}{5x^2}$$

$$в) y = 10^{5-3x}$$

Вариант – 3.

1. Найдите производную следующих функций:

$$a) y = x^4 \cdot 6x^2 + 5;$$

$$б) y = \frac{4}{x} + 4\sqrt[4]{x};$$

$$в) y = \frac{x^3 - 9x^2 + 5}{x};$$

$$г) y = \frac{6x^2 - 7x}{3};$$

$$д) y = \frac{5x + 1}{3 - 2x};$$

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - x + 1}{\ln x};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin \pi(x^2 - 1)}.$$

Вариант – 2.

Вычислите предел с помощью правила Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\lg x};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{4+2} - \sqrt[3]{2}}{\sin 3x}.$$

Вариант – 3.

Вычислите предел с помощью правила Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^{2x} - 7^{-3x}}{\sin 3x - 2x};$$

Вариант – 4.

Вычислите предел с помощью правила Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln \lg x}{\cos 2x};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{\sin 3x - \lg 2x}.$$

2.

Вариант – 1.

1. Найти промежутки монотонности функции $y = e^x - x$.

2. Исследовать на экстремум функцию $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + 7$ на промежутке $[2; 3]$.

4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 4$.

Вариант – 2.

1. Найти промежутки монотонности функции $y = \frac{2x}{e^x}$.

2. Исследовать на экстремум функцию $y = x^3 - 3x^2 + 24x - 4$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + 7$ на промежутке $[-1; 2]$.

4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 4$$

Вариант – 3.

1. Найти промежутки монотонности функции $y = 2x e^x$.

2. Исследовать на экстремум функцию $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 9x - 4$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ на промежутке $[-2; 2]$.

4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 4$.

Вариант – 4.

1. Найти промежутки монотонности функции $y = e^{\frac{1}{x}} + 1$.

2. Исследовать на экстремум функцию $y = \frac{1}{3}x^3 + 6x^2 + 15x + 1$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ на промежутке $[-4; 4]$.

4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 4$$

Расчетно-графическая работа.

Исследуйте и постройте график данной функции.

Вариант – 1.

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 4$$

Вариант – 2.

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 4$$

Вариант – 3.

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 4$$

Вариант – 4.

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 4$$

Тема 4.3. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Что является основной задачей интегрального исчисления?
2. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
3. Почему при интегрировании функций появляется произвольная постоянная?
4. Почему одна функция имеет целую совокупность первообразных?
5. Как записать всю совокупность первообразных функций?
6. Что называется неопределенным интегралом?

7. Почему интеграл называется неопределенным?
8. Что означает постоянная С в определении неопределенного интеграла?
9. В чем заключается правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?
10. В чем заключается правило интегрирования алгебраической суммы функций?
11. Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?
12. Напишите основные формулы интегрирования.
13. Как проверить результаты интегрирования?
14. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
15. Что такое интегральные кривые? Как они расположены друг относительно друга? Могут ли они пересекаться?
16. Что такое определенный интеграл?
17. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
18. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
19. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю и почему?
20. Какие интегралы называются несобственными?

Проверочные задания из практического занятия №7.

Вариант – 1.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1) $\int (2 - 3x^4) dx$; 2) $\int \frac{1}{x^2} dx$.

б) методом подстановки:

1) $\int (t+1) \cdot t^2 dt$; 2) $\int \sqrt{t+7} dx$.

в) методом интегрирования по частям:

1) $\int (4x-1)e^x dx$; 2) $\int (3-x) \cos x dx$.

Вариант – 2.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1) $\int (4 + \frac{1}{x} - x) dx$; 2) $\int \frac{7x}{\sqrt{x}} dx$.

б) методом подстановки:

1) $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$; 2) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx$.

в) методом интегрирования по частям:

1) $\int 5x e^x dx$; 2) $\int (6x+1) \cos x dx$.

Вариант – 3.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1) $\int \frac{1}{x} - \frac{x^3}{4} dx$; 2) $\int (e^x - \sin x) dx$.

б) методом подстановки:

$$1) \int \frac{\ln^2 x}{x} dx; \quad 2) \int 2^{x^2} x dx.$$

в) методом интегрирования по частям:

$$1) \int 2x \sin x dx; \quad 2) \int 3x e^x dx.$$

Вариант – 4.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

$$1) \int \left(\frac{\sin x + \frac{\sqrt{x}}{4}}{x} \right) dx; \quad 2) \int \left(e^{-4x} - \frac{17x^3}{2} \right) dx.$$

б) методом подстановки:

$$1) \int x e^{-3x^2} dx; \quad 2) \int \frac{1}{x \ln^4 x} dx.$$

в) методом интегрирования по частям:

$$1) \int (2-x)e^x dx; \quad 2) \int ((x-1)\cos x) dx.$$

Расчетно-графическая работа

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями. Выполните рисунок.

Вариант – 1.

$$1. \quad y = x^2 + 4; \quad y = 0.$$

$$2. \quad y = \sin x; \quad y = 0.$$

$$3. \quad y = x^2; \quad y = 9.$$

Вариант – 2.

$$1. \quad y = \frac{1}{x^2}; \quad y = 0.$$

$$2. \quad y = \cos x; \quad y = \frac{1}{2}.$$

$$3. \quad y = -x^2 + 6; \quad y = 2.$$

Вариант – 3.

$$1. \quad y = \frac{1}{x^2}; \quad y = 0.$$

$$2. \quad y = \sin x; \quad y = \frac{1}{2}.$$

$$3. \quad y = x^2 + 2; \quad y = x + 4.$$

Вариант – 4.

$$1. \quad y'' + y' + y = 0$$

$$2. \quad y'' + y' + y = 1$$

$$3. \quad y = x^2; \quad y' = 2x$$

Тема 4.4.

Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Какое уравнение называется дифференциальным?
2. Какая функция называется решением дифференциального уравнения?
3. Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое называется частным?
4. Каков геометрический смысл общего и частного решений дифференциального уравнения?
5. Может ли дифференциальное уравнение иметь конечное число решений?
6. Что такое порядок дифференциального уравнения и как его определить?
7. Сколько постоянных интегрирования имеет общее решение дифференциального уравнения первого, третьего порядка?
8. Как проверить, правильно ли найдено решение дифференциального уравнения?
9. Чем отличается дифференциальное уравнение от алгебраического уравнения?
10. Назовите известные вам типы дифференциальных уравнений.
11. Каков общий вид дифференциальных уравнений первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными?
12. Как решается уравнение с с разделенными переменными?
13. Чем отличается уравнение с разделяющимися переменными от уравнения с разделенными переменными? Как разделяют переменные?
14. Каков алгоритм решения уравнения с разделяющимися переменными?
15. В чем заключается задача Коши? Каков его геометрический смысл?
16. Каков общий вид линейных дифференциальных уравнений первого порядка?
17. Какими величинами являются и от чего зависят коэффициенты p и q в линейном дифференциальном уравнении первого порядка?
18. С помощью какой подстановки решается линейное дифференциальное уравнение первого порядка и к какому уравнению сводится его решение?
19. Какой вид имеет простейшее дифференциальное уравнение второго порядка? Как оно решается?
20. Как определяется и как записывается в общем виде линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами?
21. Что такое характеристическое уравнение?

Проверочные задания из практического занятия №8.

Решите дифференциальные уравнения.

Вариант – 1.

$$1. \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dx}{x-1};$$

$$2. \int_0^1 x \ln x dx = -\frac{1}{4} \ln 2 - \frac{1}{8}.$$

$$3. \int_0^1 (1+x^2)^{-1/2} dx = \frac{1}{2} \ln 2.$$

Вариант – 2.

$$1. e^x dx = 2xy dy;$$

$$2. \int_0^1 x \ln x dx = -\frac{1}{4} \ln 2 - \frac{1}{8}.$$

$$3. \int_0^1 (1+x^2)^{-1/2} dx = \frac{1}{2} \ln 2.$$

Тема 4.5. Теория рядов.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Дайте определение числового ряда.
2. Что является суммой ряда?
3. Какой ряд называется сходящимся (расходящимся)?
4. Назовите свойства сходящихся рядов.
5. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда.
6. Назовите достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
7. В чем заключается признак сравнения?
8. Сформулируйте признак сходимости Даламбера.
9. В чем заключается признак Коши и интегральный признак?
10. В чем отличие знакопеременного ряда от знакочередующегося?
11. Дайте определение абсолютно сходящегося ряда и условно сходящегося ряда.
12. Сформулируйте признак Лейбница о сходимости знакочередующегося ряда.
13. Понятие степенного ряда.
14. Ряд Тейлора.
15. Ряд Маклорена.

Проверочные задания из практического занятия №9 .

Числовые ряды. Признак Даламбера.

Вариант – 1.

1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену $a_n = \frac{1}{(2n+1)2^{n-1}}$.
2. Найдите формулу общего члена ряда:
 - а) $1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{3} + \dots$;
 - б) $\frac{2}{5} + \frac{5}{7} + \frac{8}{9} + \dots$.
3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{5^n}$.

Вариант – 2.

1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену $a_n = \frac{n+1}{(2n-1)3^{n-1}}$.
2. Найдите формулу общего члена ряда:

а) $\frac{5}{1} + \frac{9}{2} + \frac{13}{3} + \dots$;

б) $\frac{4}{2} + \frac{7}{7} + \frac{10}{12} + \dots$.

3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$.

Вариант – 3.

1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену $a_n = \frac{3n+2}{(3n-1)2^{n-1}}$.

2. Найдите формулу общего члена ряда:

а) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \dots$;

б) $\frac{2}{4} + \frac{4}{9} + \frac{6}{16} + \frac{8}{25} + \dots$.

3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(n+1)}$.

Вариант – 4.

1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену $a_n = \frac{3n+1}{(n+1)3^{n-1}}$.

2. Найдите формулу общего члена ряда:

а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \dots$;

б) $\frac{2}{1} + \frac{4}{4} + \frac{8}{9} + \frac{16}{16} + \dots$.

3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2}$.

Признак Лейбница. Промежуток сходимости. Ряд Маклорена.

Вариант – 1.

1. Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{2n}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n^2}$.

2. Найдите промежуток сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$.

3. Разложите в ряд Маклорена функцию $f(x) = \ln(1 + \sqrt{x})$

Вариант – 2.

1. Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{4n-1}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n \cdot 3^n}$.

2. Найдите промежуток сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.
3. Разложите в ряд Маклорена функцию $f(x) = \cos \frac{x}{3}$.

Вариант – 3.

1. Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:
 - a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{(n+1)}$;
 - б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(n+1)^2}$.
2. Найдите промежуток сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n} x^n$.
3. Разложите в ряд Маклорена функцию $f(x) = e^{\frac{x}{4}}$.

Вариант – 4.

1. Используя признак Лейбница, исследуйте сходимость знакочередующегося ряда:
 - a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n+1}$;
 - б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n+1)^2}$.
2. Найдите промежуток сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)3^n}$.
3. Разложите в ряд Маклорена функцию $f(x) = \sin 5x$.

Раздел 5.

Основы теории вероятностей и математической статистики.

Тема 5.1. Основы теории вероятностей и математической статистики.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Что называется n-факториалом?
2. Перечислите основные задачи комбинаторики.
3. Что называется перестановками?
4. Запишите формулу для числа перестановок из m элементов.
5. Что называется размещениями?
6. Запишите формулу числа размещений из m элементов по n.
7. Что называется сочетаниями?
8. Запишите формулу числа сочетаний из m элементов по n.
9. Какие события называются достоверными? Приведите примеры.
10. Какие события называются невозможными? Приведите примеры.
11. Что называется вероятностью события?
12. Какие события называются несовместными? Приведите примеры.

13. Чему равна сумма несовместных событий?
14. Какие события называются противоположными? Приведите примеры.
15. Как формулируется теорема сложения вероятностей?
16. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?
17. Как формулируется теорема умножения вероятностей?
18. Какая величина называется случайной?
19. Какая случайная величина называется дискретной?
20. Что называется законом распределения случайной величины?
21. Какой закон распределения называется биномиальным?
22. Что называется математическим ожиданием дискретной случайной величины?
23. Что называется дисперсией случайной величины?
24. Что понимается под законом больших чисел?

Проверочные задания из практического занятия №10.

Вариант – 1.

1. Вычислите:
а) $\frac{52!}{50!} \cdot 6! C_{15}^{13}$; в) $A_7^3 + A_6^3 + A_5^3$; г) $\frac{10! - 8!}{89}$.
2. Решите уравнения:
а) $A_{n-1}^3 = 4A_{n-1}^2$; б) $A_7^3 = 42x$; в) $\frac{A_2^2 + A_1^4}{A_1^2} = 13$.
3. Проверьте равенства:
а) $C_{10}^5 + C_{10}^6 = C_{11}^6$; б) $C_{20}^{12} = \frac{A_{20}^8}{P_8}$.

Вариант – 2.

1. Вычислите:
а) $\frac{62!}{60!} \cdot 6! C_6^0$; в) $A_5^2 \cdot A_4^2 \cdot A_3^2$; г) $\frac{5! + 6!}{4!}$.
2. Решите уравнения:
а) $20A_{n-1}^3 = A_n^3$; б) $\frac{x}{A_x^3} = \frac{1}{12}$; в) $A_{21}^3 = 14A_1^3$.
3. Проверьте равенства:
а) $C_{14}^9 + C_{14}^{10} = C_{15}^{10}$; б) $C_{15}^4 - C_{15}^3 = \frac{C_{16}^4}{2}$.

Вариант – 3.

1. Вычислите:
а) $\frac{42!}{40!} \cdot 6! C_{17}^{14}$; в) $A_8^4 + A_7^4 + A_6^4$; г) $\frac{12! - 10!}{131}$.
2. Решите уравнения:
а) $A_{n-1}^3 = 5A_{n-1}^2$; б) $A_n^4 = 15A_{n-1}^3$; в) $\frac{A_2^3 + A_1^2}{A_1^2} = 15$.
3. Проверьте равенства:
а) $C_n^6 = \frac{A_{n-6}}{P_{n-6}}$; б) $C_{15}^6 = C_{15}^9$.

Вариант – 4.

1. Вычислите:

а) $\frac{7!}{70!} \cdot 6! \cdot C_3^2 \cdot C_6^0$; в) $A_7^1 \cdot A_6^2 + A_5^2$; г) $\frac{7!+5!}{4!}$.

2. Решите уравнения:

а) $A_n^1 = 30A_{n-1}^4$; б) $\frac{A_x^3}{A_x^4} = \frac{1}{2}$; в) $A_6^3 = 60x$.

3. Проверьте равенства:

а) $C_{11}^4 + C_{11}^3 = C_{12}^4$; б) $C_{18}^{10} = \frac{A_{18}^8}{P_8}$.

Раздел 6. Численные методы.

Тема 6.1.

Приближенные вычисления.

Приближенное вычисление определенных интегралов.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Какое число называется приближенным?
2. Что называется истинной погрешностью и истинной абсолютной погрешностью?
3. Что называется границей абсолютной погрешности?
4. Какие цифры приближенного числа называются верными?
5. Какие цифры приближенного числа называются сомнительными?
6. Сформулируйте правило записи приближенных чисел. Приведите примеры.
7. Как округляются приближенные числа?
8. Что называется границей абсолютной погрешности приближенного числа?
9. Что называется границей относительной погрешности приближенного числа?
10. Перечислите правила действий с приближенными числами. Приведите примеры.
11. Формулы прямоугольников.
12. Формула трапеций.
13. Способы вычисления абсолютной погрешности при численном интегрировании.
14. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на интерполяционных формулах Ньютона.
15. Способы вычисления погрешности в определении производной.

Тема 6.2.

Приближенное решение дифференциальных уравнений.

Вопросы для устного опроса по теме.

1. Метод Эйлера и нахождение значения функции с использованием метода Эйлера.
2. Понятие интегральной кривой.
3. Построение интегральной кривой.

ЗАЧЕТ.

Вопросы к зачету.

1. Предел функции. Свойства предела функции. Односторонние пределы. Предел суммы, произведения и частного двух функций.
2. Непрерывные функции, их свойства. Непрерывность элементарных и сложных функций. Замечательные пределы. Вычисление пределов функции с помощью замечательных пределов.
3. Раскрытие неопределенностей, правило Лопиталя. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталя.
4. Определение производной функции, её физический и геометрический смысл. Дифференцируемость функций. Дифференциал функции.
5. Правила дифференцирования: производная суммы, произведения и частного.
6. Производные основных элементарных функций.
7. Производная сложной функции.
8. Производные и дифференциалы высших порядков.
9. Возрастание и убывание функций, условия возрастания и убывания функций.
10. Экстремумы функций. Необходимое условие существования экстремума.
11. Нахождение экстремумов с помощью первой и второй производной.
12. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.
13. Полное исследование функции. Построение графиков функций.
14. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов. Метод непосредственного интегрирования.
15. Метод замены переменной и метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
16. Универсальная подстановка в неопределенном интеграле.
17. Определенный интеграл, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла.
18. Вычисление определенного интеграла с помощью формулы Ньютона – Лейбница, методом подстановки и методом интегрирования по частям.
19. Приложение определенного интеграла в геометрии. Вычисление площадей фигур с помощью определенных интегралов.
20. Понятие числового ряда. Сходимость ряда. Свойства сходящихся рядов.
21. Необходимый признак сходимости ряда.
22. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Признаки сравнения, признак Даламбера.
23. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Исследование сходимости знакопередающихся рядов.
24. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
25. Поведение степенного ряда на концах интервала сходимости. Область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
26. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
27. Определение обыкновенных дифференциальных уравнений. Общее и частное решение. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.
28. Однородные уравнения 1-го порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным дифференциальным уравнениям.
29. Линейные однородные и неоднородные уравнения 1-го порядка.
30. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
31. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

32. Линейные неоднородные уравнения 2- го порядка с постоянными коэффициентами.
33. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение степени.
34. Основные понятия комбинаторики. Размещение, перестановки, сочетания.
35. Понятие о случайном событии, виды случайных событий.
36. Классическое определение вероятности событий.
37. Операции над событиями. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
38. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
39. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины.
40. Математическое ожидание, дисперсия.
41. Среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины(определение).
42. Понятие приближенного значения числа.
43. Абсолютная погрешность (определение).
44. Относительная погрешность (определение).
45. Правила округление чисел.
46. Правила вычисления погрешностей простейших арифметических действий с приближенными значениями чисел.
47. Формулы прямоугольников.
48. Формула трапеций.
49. Способы вычисления абсолютной погрешности при численном интегрировании.
50. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на интерполяционных формулах Ньютона.
51. Способы вычисления погрешности в определении производной.
52. Метод Эйлера и нахождение значения функции с использованием метода Эйлера.
53. Понятие интегральной кривой.
- 54. Построение интегральной кривой.**